



سبته نام

نسخه دمو رایگان

نسخه
ریاضی خود آموز یوس

جلد اول

شناسنامه کتاب

نام کتاب: ریاضی خود آموز یوس

مؤلف: گروه آموزشی یوس کوییز

نوبت چاپ: دوم/۱۳۹۸

نسخه دوم ریاضی

کلیه حقوق چاپ برای گروه آموزشی یوس کوییز محفوظ می باشد

جهت خرید نسخه کامل به سایت <https://yosquiz.com> مراجعه کنید و یا با آیدی تلگرامی [@yosquiz_sabtenam](https://t.me/yosquiz_sabtenam) در ارتباط باشید

فهرست جلد اول

۳	فصل اول - اعداد کسری، اعشاری و متناوب
۳۹	فصل دوم - معادله درجه اول
۷۰	فصل سوم - توان
۱۰۱	فصل چهارم - رادیکال
۱۳۳	فصل پنجم - فاکتورگیری
۱۵۱	فصل ششم - مینا
۱۶۷	فصل هفتم - نامساوی و قدر مطلق
۱۹۱	فصل هشتم - نسبت و تناسب
۲۱۳	فصل نهم - اعداد
۲۳۷	فصل دهم - مجموعه ها
۲۵۹	فصل یازدهم - تابع و توابع خاص
۲۸۹	فصل دوازدهم - همنهستی و باقیمانده تقسیم

فصل اول

نسخه

اعداد کسری، اعشاری و متناوب

ویرایش افغانی

اعداد صحیح مثبت :

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد صحیح منفی :

$$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

◀ نکته

صفر نه مثبت است نه منفی

اعداد گویا:

هر عددی را که بتوان بصورت کسری نوشت یک عدد گویا است. صورت و مخرج عدد گویا، تمام اعداد صحیح می تواند باشد به شرط آنکه مخرج آن کسر عدد صفر را اختیار نکند.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

برای مثال: $\frac{0}{1}, \frac{3}{3}, \frac{9}{25}$ اعداد گویا هستند.

برای درک بهتر این مجموعه با حالت های مختلف اعداد گویا آشنا می شویم.

✓ هر عدد حسابی یک عدد گویاست. کافی است عدد یک به مخرج تمام اعداد اضافه شود.

$$W = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

بنابراین اعداد حسابی زیر مجموعه اعداد گویا است:

$$w \subset Q$$

به نام او که از اندازه ی نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است.

۱-۱: معرفی اعداد حقیقی

اعداد حقیقی:

اعداد حقیقی به دو دسته ی اعداد گویا و اعداد گنگ دسته بندی می شود. بعبارت دیگر اجتماع عددهای گویا و عددهای گنگ را مجموعه اعداد حقیقی می نامند و آن را با نماد R نشان می دهند.

$$R = Q \cup Q'$$

اعداد حسابی:

$$\mathbb{N}^+ = \mathbb{I} = \mathbb{W} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد طبیعی:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

◀ نکته

* در سیستم آموزش ریاضی در ایران، قضیه متفاوت است و به این صورت تعریف شده است که:

اعداد حسابی : $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$

اعداد طبیعی: $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

اعداد صحیح:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

آن تا بی نهایت تکرار می شود، گویاست. اعداد $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ و e مثال هایی دیگر از اعداد گنگ می باشند.

مطالعه آزاد

معرفی اعداد اول:

زیرمجموعه ای از اعداد طبیعی موجود می باشد که ویژگی خاصی دارد. اعضای این مجموعه اعدادی هستند که غیر از خودشان و یک، مقسوم علیه دیگری ندارند. این اعداد، اعداد اول نامیده می شوند. اعداد اول شامل $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots$ می باشند. تمامی اعداد دیگر را می توان به صورت مضربی از اعداد اول نوشت. تمامی اعداد اول فرد هستند ولی هر عدد فردی اول نیست. برای مثال، عدد 588 معادل $2^2 \times 3 \times 7^2$ می باشد.

✓ هر عدد طبیعی یک عدد گویاست. اگر صفر را به مجموعه اعداد حسابی اضافه کنیم مجموعه اعداد طبیعی بدست می آید.

$$N = \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

بنابراین اعداد طبیعی زیر مجموعه اعداد گویا است:

$$N \subset Q$$

✓ هر عدد صحیح یک عدد گویاست. کافی است عدد یک به مخرج تمام اعداد اضافه شود.

$$Z = \left\{ \dots, \frac{-3}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

بنابراین اعداد صحیح، زیر مجموعه اعداد گویا است:

$$Z \subset Q$$

اعداد گنگ:

این سری اعداد، به تعداد بی نهایت قسمت اعشاری دارند که تکرار شونده نیستند، یعنی از الگوی خاصی برای تکرار شدن اعداد پیروی نمی کنند. برای مثال عدد پی (π) تا بیست رقم اعشار 3.14159265358979323846 می باشد، که اعداد اعشاری آن هیچ الگویی مشخصی برای تکرار شدن ندارد و همچنان مقدار دقیق عدد پی نیست. ارقام اعشاری آن بر خلاف کسر هایی مانند $\frac{1}{6} = 0.1666666666$ که 6 تا بینهایت ادامه دارد و گویاست، تکرار شونده نیستند. یا عددی مانند $\frac{12}{37} = 0.324324324$ که در عدد 324 تکرار می شود یا عدد $\frac{2}{7} = 0.285714285714$ که 285714 در

« مثال

$$\frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{4}{5} = ?$$

« راه حل

$$\frac{3 \times (3 \times 5) + 8 \times (2 \times 5) - 4 \times (2 \times 3)}{2 \times 3 \times 5}$$

$$= \frac{45 + 80 - 24}{30} = \frac{101}{30}$$



اما اگر اعداد، مقداری بزرگ داشته باشند و یا مضرب یکدیگر باشند، استفاده از ک.م.م اولویت خواهد داشت. در این بخش مستقیماً وارد بحث ک.م.م نمی شویم و روش ذهنی را روی اعداد مشخص تر اعمال می کنیم.

* توجه به این نکته الزامی است که برخی محاسبات، نیاز به کاغذ و قلم ندارند و برای سرعت عمل بیشتر در ریاضیات باید آن را به کار برد.

در این بخش سوالاتی که مبحث کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین مقسوم علیه مشترک پیش نیازشان محسوب می شوند، آورده شده اند و روند ساده محاسباتی ذهنی را دارند اما سوالات پیچیده تر در فصل اعداد بررسی خواهند شد.

در حالت کلی:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}, \quad b \neq d$$

$$LCM = [b, d] = k$$

$$k \div b = x, \quad k \div d = y$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{xa + yc}{k}$$

۱-۲: اعمال ریاضی روی اعداد گویا:

جمع و تفریق:

جمع و تفریق اعداد صحیح به عنوان زیرمجموعه ای از اعداد گویا به صورت عادی، انجام پذیر است. در این قسمت نکاتی در مورد جمع و تفریق اعداد کسری آورده می شود. قطعا در این مورد یافتن مخرج مشترک لازم خواهد شد. اگر مخرج ها اعدادی کوچک باشند، بدون نیاز به فکر در مورد یافتن کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م که در فصل های آینده مفصل بررسی خواهد شد)، اعداد را به هم ضرب می کنیم.

در حالت کلی:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d + c.b}{b.d}$$

« مثال

$$\frac{3}{5} + \frac{6}{5} = ?$$

« راه حل

$$\frac{3+6}{5} = \frac{9}{5}$$

« مثال

$$\frac{7}{4} - \frac{8}{3} = ?$$

« راه حل

$$\frac{7-8}{12} = -\frac{1}{12}$$

تست تستی

تست الگو:

$$\frac{3}{28} + \frac{2}{7} - \frac{1}{14} = ?$$

A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{9}{28}$ E) $\frac{3}{14}$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{3}{28} + \frac{2}{7} - \frac{1}{14} = \frac{3+2 \times 4 - 1 \times 2}{28} = \frac{9}{28}$$

(LCM مخفف Least Common Multiple و همان

کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م) است.)

« مثال

$$\frac{5}{18} + \frac{7}{30} = ?$$

« راه حل

$$[18, 30] = 90$$

$$90 \div 18 = 5, \quad 90 \div 30 = 3$$

$$\frac{5 \times 5}{90} + \frac{3 \times 7}{90} = \frac{25 + 21}{90} = \frac{46}{90}$$

1.

$$\frac{2}{36} + \frac{1}{6} - \frac{6}{12} + \frac{7}{36} = ?$$

A) $\frac{3}{36}$ B) $\frac{-1}{12}$ C) $\frac{2}{36}$ D) $\frac{-1}{9}$ E) $\frac{-1}{9}$

2.

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{2} - 1 = ?$$

A) $\frac{3}{14}$ B) $\frac{5}{14}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{7}$

3.

$$\frac{2}{10} + \frac{1}{6} - \frac{7}{20} = ?$$

A) $\frac{1}{60}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{-1}{30}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{-1}{60}$

4.

$$\frac{18}{72} + \frac{16}{64} - \frac{17}{51} = ?$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{17}{72}$ C) $\frac{-1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

یادآوری

در ریاضی فرآیند ((دور در دور - نزدیک در نزدیک)) داریم که این نکته می تواند در بسیاری از سوالات چاره ساز باشد.

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a.d}{b.c}$$

تست انتخابی

تست الگو:

$$\frac{2}{3} \times \frac{11}{2} \div \frac{7}{3} = ?$$

- A) $\frac{11}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{7}{4}$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{2}{3} \times \frac{11}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{11}{3} \div \frac{7}{3} = \frac{11}{7}$$

5.

$$\frac{4}{9} \div \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8} = ?$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 1

6.

$$\frac{1024}{600} \div \frac{512}{200} \cdot \frac{1}{2} = ?$$

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{512}{500}$

ضرب و تقسیم:

در ضرب و تقسیم اعداد کسری ابتدا باید کسرها را تا حد امکان ساده کرد. در حالت کلی داریم:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

در ضرب دو عدد کسری پس از ساده کردن صورت را به صورت و مخرج را به مخرج ضرب می کنیم.

در تقسیم دو عدد کسری با معکوس کردن کسر دوم عملگر تقسیم به ضرب تبدیل می شود.

مجدداً تاکید می شود که در صورت وجود عملگرهای "x" و "÷" بین اعداد کسری، ابتدا باید ساده کردن کسرها را به پیش برد.

نکته

در سوالات ممکن است، عملگر تقسیم به سه شکل "÷"، " / " و " : " دیده شود.

مثال

$$\frac{5}{18} \cdot \frac{12}{10} = ?$$

راه حل

$$\frac{\cancel{5}}{1\cancel{8}} \cdot \frac{\cancel{1}2}{\cancel{1}0} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{3}$$



تست نشناخت

تست الگو:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{7} \div \frac{1}{7} = ?$$

A) $\frac{9}{7}$ B) $\frac{76}{3}$ C) $\frac{3}{76}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{7}{4}$

پاسخ تشریحی:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{7} \div \frac{1}{7} = \frac{7}{3} + \frac{23}{7} \div \frac{1}{7} = \frac{7}{3} + 23 = \frac{7+69}{3} = \frac{76}{3}$$

7.

$$7.\frac{2}{10} + 3\frac{1}{6} = ?$$

A) $\frac{135}{30}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{65}{60}$ D) $\frac{137}{30}$ E) $\frac{135}{60}$

8.

$$9 - 9 \times 8 \div 4 + 2^2 \times (-1)^5 - 1 = ?$$

A) 0 B) -14 C) -68 D) -6 E) -13

9.

$$\frac{(\frac{1}{3} + \frac{2}{4} - \frac{3}{4}) - (\frac{6}{3} + \frac{2}{3} - 1)}{(\frac{64}{81} \times \frac{9}{8}) \div \frac{4}{5}}$$

A) $\frac{-57}{40}$ B) $\frac{-101}{60}$ C) $\frac{3}{2}$

D) $-\frac{57}{80}$ E) $\frac{103}{60}$

ع-۱- اولویت عملگر های ریاضی:

در اینجا تقدم انجام اعمال اهمیت دارد. به طور کلی اولویت انجام اعمال به ترتیب زیر است:

۱ - محاسبه کروهه ها و پرانتزها از داخلی ترین آنها

۲ - توان یا رادیکال

۳ - ضرب یا تقسیم (بسیار نکته مهمی است که از چپ به راست محاسبات انجام گردند).

۴ - جمع یا تفریق (به ترتیب از چپ به راست)

تکنه

اگر در صورت سوال، کسر نامتعارف دیده شد، باید آنرا به معادل عادی خود تبدیل کرد.

مثال

$$19 - 3(9 \times 2 - 2) \div 4 = ?$$

راه حل

$$19 - 3 \times 16 \div 4 = 19 - 48 \div 4 = 19 - 12 = 7$$

مثال

$$1\frac{1}{3}(\frac{2}{3} : \frac{1}{3} - 1) \cdot \frac{5}{7} = ?$$

راه حل

$$1\frac{1}{3}(\frac{2}{3} : \frac{1}{3} - 1) \cdot \frac{5}{7} = \frac{4}{3}(\frac{2}{3} : \frac{1}{3} - 1) \cdot \frac{5}{7} \\ = \frac{4}{3}(2 - 1) \cdot \frac{5}{7} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{20}{21}$$

۱-۵- کسر های مسلسل:

« یادآوری

یکی از توانایی های که در این بخش به آن نیاز داریم ، توانایی حل معادلات درجه دوم می باشد. این معادلات به طور مفصل تر در فصل های بعدی بحث خواهد شد. این معادلات از دو طریق قابل حل می باشند:

۱ - اگر عبارت $(x-a)(x-b)$ را بسط دهیم، خواهیم داشت:

$$(x+a).(x+b) = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a+b)x + ab$$

پس اگر معادله ای بصورت $x^2 + mx + n$ داشته باشیم که بتوان m را در آن حاصل جمع دو عدد a و b دانست و همچنین n را حاصل ضرب آن دو عدد در نظر گرفت، می توان گفت که دو جواب این معادله درجه دو، برابر $-a$ و $-b$ خواهند بود.

۲ - روش عادی و کلی حل معادله درجه دو که از حالت بالا تبعیت نکند به شکل زیر است:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بهتر است که شروع کارمان با کسرهای مسلسل مختوم باشد. برای حل اینگونه کسرها، از کوچکترین طبقه صورت و یا

مخرج شروع به حل می کنیم: جهت خرید نسخه کامل به سایت <https://yosquiz.com> مراجعه کنید و یا با آیدی تلگرامی [@yosquiz_sabtenam](https://t.me/yosquiz) در ارتباط باشید

10.

$$\frac{\frac{8}{1024}}{16} + 4017\frac{1}{3} - 4018\frac{6}{9} + 4019\frac{6}{18}$$

4096

A) 4021 B) 4020 C) 4009 D) 4011 E) 4018

$$a + \frac{b}{a + \frac{b}{a + \frac{b}{\dots}}} = x$$

در این حالت با توجه به تکرار سری به تعداد بی نهایت، می توانیم سری تکرار شونده را یک متغیر در نظر بگیریم و معادله ای تشکیل دهیم.

« مثال

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\dots}}} = ?$$

$$3 + \frac{4}{x} = x$$

$$\frac{x(x)}{x \neq 0} \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0 \rightarrow x = 4, x = -1$$

از آنجایی که جواب x نمیتواند عددی منفی باشد، جواب نهایی برابر 4 خواهد بود.



« نکته

در مواردی که معادله به صورت $n + \frac{n+1}{n+1}$ داده شده باشد، حاصل نهایی برابر $n+1$ است.

* حفظ اینگونه مطالب چندان نیاز نیست. اما برای بهبودی سرعت عملتان می توانید این نکات را به ذهن بسپارید. بدیهی است که اثبات این دو نکته بسیار ساده است. حتما امتحان کنید.

« مثال

$$\frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{5 - \frac{1}{2 - \frac{3}{2}}}} = ?$$

« راه حل

$$\begin{aligned} \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{5 - \frac{1}{2 - \frac{3}{2}}}} &= \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{5 - 2}} \\ &= \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{3}} \\ &= \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} - 1} \\ &= \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2-5}{5}} = \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{-\frac{3}{5}} = \frac{-3}{5} \cdot (-10) = 6 \end{aligned}$$

« مثال

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} = ?$$

« راه حل

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{a-1}{a}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} = 1 - \frac{1}{\frac{-1}{a-1}} \\ &= 1 - \frac{a-1}{-1} = 1 + a - 1 = a \end{aligned}$$

اما منظور از کسرهای مسلسل نامختوم این است که صورت یا مخرج یکی از کسر ها عدد مشخصی نیست و حاصل جمع

یک سری از اعداد تا بی نهایت است. مثلا: جهت خرید نسخه کامل به سایت <https://yosquiz.com> مراجعه کنید و یا با آیدی تلگرامی [@yosquiz_sabtenam](https://t.me/yosquiz_sabtenam) در ارتباط باشید

12.

$$4 + \frac{4 + \frac{4 + \frac{4 + \dots}{6}}{6}}{6} = ?$$

- A) 4,8 B) 5 C) 4 D) 2,4 E) 1

13.

$$1 + \frac{1 + \frac{1 + \frac{1 + \dots}{2}}{2}}{2} = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14.

$$2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{\dots}}}} = 3 \Rightarrow x = ?$$

- A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 6

« تست ننسنام »

تست الگو:

$$2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{2 + \dots}}} = ?$$

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

پاسخ تشریحی:

$$2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{x}} = x \Rightarrow 2 + \frac{8}{x} = x$$

$$2x + 8 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 > 0 \\ x = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow x = 4$$

11.

$$2 + \frac{15}{2 + \frac{15}{2 + \frac{15}{2 + \frac{15}{\dots}}}} = x$$

$$x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x = ?$$

- A) 7 B) 3 C) 5 D) 1 E) 2

در روش دوم صورت و مخرج کسر را در عددی ضرب می کنیم تا مخرج تبدیل به یکی از توان های ۱۰ شود. (یعنی مخرج به صورت اعدادی مثل 10, 100, 1000, 100000000, ... باشد.)

* مبحث توان، در فصل های بعدی بحث می شود.

$$\frac{312}{600} = \frac{104}{200} = \frac{52}{100} = \frac{26}{50} = \frac{13}{25} \xrightarrow[\times(4)]{\times(4)} \frac{312}{600} = \frac{52}{100}$$

« مثال

$$\frac{13}{16} = ?$$

« راه حل

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 16} \\ \underline{\dots} \\ 0.8125 \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$



« نکته

ضرب و تقسیم این دسته از اعداد اعشاری مانند اعداد صحیح است اما بهتر است برای ضرب، ابتدا ممیز را حذف کرده و حاصلضرب را بیابید و سپس با در نظر گرفتن تعداد جمع ارقام اعشاری اعداد، مکان ممیز را مشخص کنید. ولی در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه را در توانی از ۱۰ ضرب می کنیم تا بیشترین تعداد ارقام اعشار بین دو عدد از بین برود. حاصل تقسیم دو عدد بدست آمده با مقدار تقسیم دو عدد اولیه برابر خواهد بود. برای وضوح بیشتر به مثال های صفحه بعد توجه کنید:

۱-۶- کسره های اعشاری

یک عدد اعشاری شکلی دیگر از نمایش اعداد است. یعنی عددی را که خواه گویا باشد و خواه گنگ، می شود به صورت عددی اعشاری نمایش داد. همانطور که پیش تر در مبحث مربوط به کسره های نامتعارف بحث شد، قبل از ممیز همان عدد صحیح می آید که بزرگتر و یا مساوی ۱ است و بعد از ممیز، عددی کوچکتر از یک که تشکیل ارقام اعشار را می دهند.

کسره های اعشاری، کسرهایی هستند که می توان آنها را به صورت یک عدد اعشاری نشان داد و عموماً در سه دسته زیر قابل بررسی اند:

۱-۶-۱- کسر اعشاری مختوم به صفر:

کسرهایی که پس از ساده کردن آنها، در مخرجشان تنها عامل ۲ یا ۵ یا هر دو دیده شود (به عبارتی دیگر، مخرج مضربی از ۲ یا ۵ یا ۱۰ باشد) در اینگونه کسرها، در تقسیم صورت بر مخرج، باقیمانده صفر می شود.

به عنوان مثال هر یک از کسره های $\frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{17}{20}, \frac{519}{200}, \frac{7}{2500}$ همگی این ویژگی را دارا هستند.

برای تبدیل این کسرها به عدد اعشاری معادلشان دو راه وجود دارد (البته باید در ابتدا صورت و مخرج کسرها را تا حد امکان ساده کرد):

روش اول بسیار ساده است، صورت کسر را بر مخرجش تقسیم می کنیم.

18.

$$\frac{0,028}{0,08} \cdot \frac{0,04}{0,004} = ?$$

- A) 3,5 B) 0,35 C) 1,4 D) 14 E) 0,7

تست الگو:

$$\frac{0.0027}{0.03} \div 0.15 \times 0.03 = ?$$

- A) 0.18 B) 0.018 C) 0.015 D) 0.09 E) 0.9

پاسخ تشریحی:

$$\frac{0.0027}{0.03} \div 0.15 \times 0.03 = 0.09 \div 0.0045 = 0.018$$

15.

$$(27,26 + 2,74) \times 3,3 = ?$$

- A) 9.9 B) 0.99 C) 270 D) 99 E) 2.7

16.

$$\frac{2,56}{0,8} + \frac{0,072}{0,0012} \div \frac{6}{0,6} = ?$$

- A) 38 B) 0,92 C) 6,32 D) 0,382 E) 9,2

17.

$$\frac{715}{1250} + \frac{\frac{5}{12}}{\frac{125}{60}} + \frac{7}{250} = ?$$

- A) 0.64 B) 4 C) 3.2 D) 1.6 E) 0.8

عدد اعشاری مورد نظر را در 10^n ضرب می کنیم و اختلاف آن دو عدد را بدست می آوریم. به مثال زیر توجه کنید.

« مثال

$$1-5-2-2:3,\overline{15}=?$$

« راه حل

روش اول:

$$3.\overline{15} = 3 + \frac{15}{99} = \frac{104}{33}$$

$$\Rightarrow 1-5-2-2:3.\overline{15} = -4-2:\frac{104}{33} = -4 - \frac{66}{104} = -\frac{241}{52}$$

روش دوم:

$$A = 3.\overline{15} \Rightarrow 100A = 315.\overline{15}$$

$$100A - A = 315.\overline{15} - 3.\overline{15} \Rightarrow 99A = 312$$

$$\Rightarrow A = \frac{312}{99} = \frac{104}{33}$$

$$\Rightarrow 1-5-2-2:3.\overline{15} = -4-2:\frac{104}{33} = -4 - \frac{66}{104} = -\frac{241}{52}$$

در این مثال، ۱۵ به عنوان دوره گردش، دو رقمی بود پس عدد در 10^2 ضرب شد.



« نکته

اگر رقم تکرار شونده ۹ باشد، با تقریب خوبی، معادل رند نزدیک به آن را قرار می دهیم:

« مثال

$$7.\overline{49} = 7.5$$

۱-۶-۲- کسر اعشاری متناوب ساده:

کسرهایی که پس از ساده شدن در مخرج خود، نه عامل ۲ داشته باشند و نه عامل ۵ (مخرج نه مضرب ۲ باشد و نه مضرب ۵). در این شرایط باقیماده تقسیم صورت بر مخرج هیچگاه صفر نمی شود و در خارج قسمت نیز ارقام تکراری به وجود می آید.

به عنوان مثال هر یک از کسرهایی $\frac{25}{65}, \frac{9}{11}, \frac{1}{3}, \frac{26}{42}, \frac{13}{7}$ همگی این ویژگی را دارا هستند.

$$\frac{14}{21} = \frac{2}{3} = 0,6666... = 0,\overline{6}$$

تذکر:

علامت (-) که روی ارقام دیده می شود، نشان دهنده تکرار آن رقم در خارج قسمت حاصل شده است. آن رقم یا ارقامی را که به طور مرتب در حال تکرار شدن هستند، دوره گردش آن عدد اعشاری متناوب ساده می نامند. مثلاً در مثال بالا، دوره گردش ۶ است.

برای تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده به کسر مربوطه از این قاعده ها استفاده می کنیم:

روش اول:

$$+ \text{عدد صحیح} = \text{کسر مورد انتظار} \frac{\text{دوره گردش}}{\text{به تعداد دوره گردش عدد 9 می نویسیم}}$$

روش دوم:

فرض بر این باشد که تعداد رقم دوره گردش برابر n است.

۱-۶-۳- کسر اعشاری متناوب مرکب:

چنانچه کسر پس از تجزیه کردن به عامل های اول عامل های ۲ و ۵ و سایر عوامل اول وجود داشته باشد در این صورت خارج قسمت بعد از ممیز غیر از ارقام دوره گردش ارقام دیگری قبل از دوره گردش وجود دارد که تکراری نمی شوند و باقیمانده هرگز صفر نخواهد شد. این عدد را عدد اعشاری

متناوب مرکب نامند. مانند $\frac{3}{14}$

نمایش اعشاری اینگونه کسر ها بدین گونه است که بعد از ممیز، به ترتیب تعدادی دوره غیرگردش و سپس دوره گردش داریم. مثل عدد $0.\overline{621}$

برای تبدیل اعداد اعشاری متناوب مرکب به کسر های گویا از رابطه زیر استفاده می کنیم:

اگر n تعداد ارقام دوره گردش و m تعداد ارقام دوره غیر گردش باشد:

$$\frac{\text{دوره غیر گردش} - \text{دوره گردش و غیر گردش} + \text{عدد صحیح} = \text{کسر مورد انتظار}}{9 \dots 90 \dots 0}$$

$\begin{matrix} n & m \end{matrix}$

با توجه به مثال زیر بهتر حق مطلب ادا می شود:

« مثال

$$3.\overline{415} = ?$$

« راه حل

روش اول:

$$3.\overline{415} = 3 + \frac{415 - 41}{900} = \frac{374}{900}$$

تست الگو:

$$7.\overline{29} = ?$$

- A) $\frac{729}{999}$ B) $\frac{722}{999}$ C) $\frac{725}{99}$ D) $\frac{729}{99}$ E) $\frac{722}{99}$

پاسخ تشریحی:

$$7.\overline{29} = 7 + 0.\overline{29} = 7 + \frac{29}{99} = \frac{722}{99}$$

19.

$$14.\overline{36} = ?$$

- A) $\frac{14}{99}$ B) $14\frac{4}{11}$ C) $\frac{11}{155}$ D) $14\frac{8}{11}$ E) $\frac{155}{99}$

20.

$$0,245245245\dots = ?$$

- A) $\frac{999}{245}$ B) $\frac{245}{999}$ C) $1\frac{245}{999}$ D) $\frac{82}{333}$ E) $\frac{333}{81}$

21.

$$37.\overline{783} + 21.\overline{216} = ?$$

- A) 58 B) 58,5 C) 59 D) 57 E) 60

22.

$$\frac{6.\overline{6} + 2.\overline{2} + 1.\overline{1}}{3.\overline{3}} = ?$$

- A) 3 B) 3,3 C) $3.\overline{3}$ D) 2 E) $3.\overline{6}$

← تست‌های مشابه

تست الگو:

$$7.5\bar{6} + 2.1\bar{23} = ?$$

A) $\frac{9653}{990}$ B) $\frac{9465}{990}$ C) $\frac{9593}{990}$ D) $\frac{9632}{990}$ E) $\frac{9722}{990}$

پاسخ تشریحی:

$$7.5\bar{6} = 7 + 0.5\bar{6} = 7 + \frac{56-5}{90} = 7 + \frac{51}{90}$$

$$2.1\bar{23} = 2 + 0.1\bar{23} = 2 + \frac{123-1}{990} = 2 + \frac{122}{990}$$

$$\Rightarrow 9 + \frac{51}{90} + \frac{122}{990} = 9 + \frac{51 \times 11 + 122}{990} = 9 + \frac{683}{990}$$

$$\Rightarrow \frac{990 \times 9 + 683}{990} = \frac{9593}{990}$$

$$A = 3.4\bar{15} \Rightarrow 100A = 341.\bar{5}$$

$$\Rightarrow 10(100A) = 3415.\bar{5}$$

$$1000A - 100A = 3415.\bar{5} - 341.\bar{5}$$

$$\Rightarrow 900A = 374 \Rightarrow A = \frac{374}{900}$$

روش دوم:

تذکر:

در روش دوم، ابتدا دوره غیر گردش و سپس دوره گردش را از ممیز خارج می‌کنیم.

23.

$$2.5\bar{90} = ?$$

A) $\frac{22}{57}$ B) $\frac{27}{11}$ C) $\frac{57}{22}$ D) $\frac{11}{27}$ E) $\frac{2590}{900}$

24.

$$\frac{0.2\bar{6} + 3.2\bar{2}}{1.0\bar{4}} = ?$$

A) $\frac{315}{94}$ B) $\frac{47}{157}$ C) $\frac{157}{47}$ D) $\frac{314}{90}$ E) $\frac{157}{900}$

25.

$$\frac{0.\bar{6} + 0.\bar{2} + 0.\bar{4}}{0.\bar{9} + 0.\bar{3} - 0.\bar{6}} = ?$$

A) -2 B) 9 C) -9 D) 2 E) 12

۱-۷- مقایسه اعداد گویا:

در برخی سوالات ما نیازمند این خواهیم بود که بتوانیم اعداد گویا را از نظر بزرگی و کوچکی با یکدیگر مقایسه نماییم. ابتدا به بررسی چند حالت خاص در بررسی اعداد گویا می پردازیم:

• می دانیم که اعداد کسری مثبت بزرگتر از "صفر" اند و "صفر" بزرگتر از اعداد کسری منفی است.

• **مخرج ها برابر باشند:** در شرایطی که کسرها مثبت باشند، در این صورت کسری که دارای کوچکترین مقدار صورت است، از همگی کوچکتر است و به همین روال ادامه می یابد:

$$\frac{2}{5} < \frac{11}{5} < \frac{13}{5}$$

• **صورت ها برابر باشند:** در شرایطی که کسرها مثبت باشند، در این صورت، برعکس حالت قبل کسری که دارای کمترین مخرج است، بزرگتر است:

$$\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$$

• اگر اختلاف بین صورت و مخرج بین کسرها یکسان باشد و همگی کسرها مثبت باشند، دو حالت پیش می آید:

۱- در صورتی که کسرها کوچکتر از یک باشند، کسر دارای صورت بیشتر دارای مقدار بزرگتری است.

۲- در صورتی که کسرها از یک بزرگتر باشند، کسر دارای صورت کمتر دارای مقدار بزرگتری است.

26.

$$0.\overline{6} + 0.2\overline{1} = ?$$

A) $0.2\overline{7}$ B) $0.8\overline{7}$ C) $0.62\overline{1}$ D) $0.8\overline{7}$ E) 0.9

« مثال

$$a = \frac{11}{12} \quad b = \frac{5}{6} \quad c = \frac{4}{7}$$

در مقایسه می بینیم که:

$$66 > 60 \Rightarrow a > b$$

$$77 > 48 \Rightarrow a > c$$

$$\Rightarrow a > b > c$$

« نکته

اگر مقایسه مربوط به اعداد اعشاری متناوب باشد، عموماً تبدیل آنها به کسر معادلشان لازم نیست و تنها با کمی دقت می توان مقایسه را انجام داد:

« مثال

$$6,\overline{78} > 6,78 > 6,779 > 6,\overline{5}$$

« نکته

در بررسی اعداد کسری تواندار ابتدا تعیین می کنیم که آیا عدد کسری، بزرگتر از یک است یا کوچکتر از یک. برای اعداد کسری کوچکتر از یک، هر چقدر که توان بزرگتر باشد، حاصل آن کسر کوچکتر خواهد بود.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 > \left(\frac{1}{5}\right)^5 > \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

اما اگر عدد کسری بزرگتر از یک باشد، برعکس این قضیه اتفاق می افتد:

$$\left(\frac{6}{5}\right)^4 < \left(\frac{6}{5}\right)^5 < \left(\frac{6}{5}\right)^6$$

$$\frac{31}{26} > \frac{36}{31} > \frac{59}{54}$$

اثبات این موضوع بسیار ساده است. به این صورت که کسرها را به صورت کسرهایی نامتعارف نوشته و آنها را با یکدیگر مقایسه کنید (در بررسی کسرهایی کوچکتر از یک، به جای عملگر (+)، عملگر (-) خواهد نشست):

$$\Rightarrow 1 + \frac{5}{26} > 1 + \frac{5}{31} > 1 + \frac{5}{54}$$

تذکر:

در سه حالت قبل، اگر کسرها منفی باشند، ابتدا حالت مثبت آنها را مقایسه کرده و سپس علامت (> یا <) را برعکس می کنیم.

تذکر:

حالات خاص دیگری وجود دارد که برای جلوگیری از اشتباه احتمالی، درمباحث آتی برای همگی آنها یک راه حل کلی ارائه خواهیم داد.

طرفین - وسطین به عنوان یک راه حل کلی:

در این روش، کسرها را دو به دو مقایسه می کنیم. به این صورت که صورت کسر اول را در مخرج کسر دوم ضرب کرده و عدد حاصل را به عنوان نماینده برای کسر اول در نظر می گیریم و به همین ترتیب، حاصلضرب صورت کسر دوم در مخرج کسر اول را به عنوان نماینده برای کسر دوم اختیار می کنیم و آن دو را با یکدیگر مقایسه می کنیم.

تست‌ها و سؤالات

تست الگو:

$$a = \frac{3}{5}, b = \frac{5}{8}, c = \frac{7}{12}$$

\Rightarrow a, b, c için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $c < b < a$
 D) $c < a < b$ E) $b < a < c$

پاسخ تشریحی:

$$a = \frac{3}{5}, b = \frac{5}{8}, c = \frac{7}{12}$$

$$a = \frac{72}{120}, b = \frac{75}{120}, c = \frac{70}{120}$$

$$\Rightarrow c < a < b$$

27.

$$a = -\frac{2}{5}, b = -\frac{1}{5}, c = -\frac{7}{5}$$

$\Rightarrow ? > ? > ?$

- A) $b > a > c$ B) $a > b > c$ C) $b > c > a$
 D) $c > b > a$ E) $c > a > b$

28.

$$a = \frac{1999}{2000}, b = \frac{2999}{3000}, c = \frac{3999}{4000}$$

$\Rightarrow ? > ? > ?$

- A) $c < a < b$ B) $a < b < c$ C) $a < c < b$
 D) $b < c < a$ E) $c < b < a$

تذکر:

در اعداد کسری منفی دقت شود که اگر توان زوج باشد، منفی از بین می رود و صورت مثبت کسرهای تواندار را با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد. اما اگر توان منفی باشد، تمام قواعد بالا را با برعکس کردن علائم مقایسه (< یا >) پیروی خواهیم کرد.

نظریه خاص سوالات

نظریه دو :

$$x \in Z^- , (x) \times (1, 24) \in Z^- \\ \Rightarrow \max(x) = ?$$

راه حل

$$1, 24 = 1 + \frac{24-2}{90} = 1 + \frac{11}{45} \rightarrow \max(x) = -45$$

نظریه سه :

$$A = \frac{5}{19 \times 23} + \frac{5}{23 \times 27} + \frac{5}{27 \times 31} + \dots + \frac{5}{129 \times 133} = ?$$

راه حل

$$A = \left(\frac{5 \times \frac{4}{5}}{19 \times 23} + \frac{5 \times \frac{4}{5}}{23 \times 27} + \frac{5 \times \frac{4}{5}}{27 \times 31} + \dots + \frac{5 \times \frac{4}{5}}{129 \times 133} \right) \times \frac{5}{4} \\ \rightarrow A = \left(\frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27} + \frac{4}{27 \times 31} + \dots + \frac{4}{129 \times 133} \right) \times \frac{5}{4} \\ \rightarrow A = \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{27} + \frac{1}{27} - \frac{1}{31} + \dots + \frac{1}{129} - \frac{1}{133} \right) \times \frac{5}{4} \\ \rightarrow A = \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{133} \right) \times \frac{5}{4} = \left(\frac{7}{133} - \frac{1}{133} \right) \times \frac{5}{4} = \frac{15}{266}$$

توضیح برای تیپ سه :

این تیپ از سوال به کسرهای تلسکوپی معروف اند. اگر در کسر $\frac{a}{b \times c}$ ، رابطه $a = c - b$ برقرار باشد، نگاه:

$$\frac{a}{b \times c} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

در سوال قبل، اختلاف دو عدد در مخرج برابر ۴ ام صورت برابر ۵ بود. پس ابتدا صورت را با ضرب در $\frac{4}{5}$ تبدیل به ۴

* در این قسمت که در پایان هر فصل مطالعه خواهید کرد، تیپ بندی های خاص و پرتکرار سوالات که اکثراً به صورت ترکیبی از مباحث گفته شده در فصل است، در قالب یک یا چند مثال حل شده بررسی می شوند و سوالات پنج گزینه ای مربوط به این بخش در آزمون های انتهایی فصل آورده خواهند شد.

نظریه یک :

$$\frac{11}{5} + \frac{13}{6} + \frac{15}{7} = x \\ \Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{7} = ?$$

راه حل

$$2\left(\frac{11}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right) = 4 \quad (1)$$

$$2\left(\frac{13}{6}\right) - \left(\frac{2}{6}\right) = 4 \quad (2)$$

$$2\left(\frac{15}{7}\right) - \left(\frac{3}{7}\right) = 4 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)+(3)} 2\left(\frac{11}{5} + \frac{13}{6} + \frac{15}{7}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{7}\right) =$$

$$12 \rightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{7} = 2x - 12$$

توضیح برای تیپ یک :

این نوع سوال گونه ای از بازی ریاضی است. عموماً در این نوع سوال ها بایستی، X که داده مسئله است در عددی مثبت یا منفی ضرب شده و سپس با عددی صحیح جمع و یا از آن تفریق شود. البته به خاطر داشته باشیم که در سوالات پنج گزینه ای آزمون ها که مشابه این سوال خواهند بود، به خاطر سرعت عمل بیشتر باید از گزینه ها ایده گرفت.

کردیم و در نهایت بر این مقدار تقسیم کردیم که در جواب نهایی تاثیر نداشته باشد.

نتیجه چهار:

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) = ?$$

« راه حل

$$A = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n-1}{n}\right) = \frac{1}{n}$$

نتیجه پنج:

$$0. \overline{a} + 0. \overline{a2} = \frac{28}{45}$$

$$\Rightarrow a = ?$$

« راه حل

$$0. \overline{a} + 0. \overline{a2} = \frac{28}{45} \Rightarrow \frac{a}{10} + \frac{\overline{a2} - a}{90} = \frac{28}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{8a + \overline{a2}}{90} = \frac{28}{45} = \frac{56}{90} \Rightarrow 8a + \overline{a2} = 56$$

$$\overline{a2} = 10a + 2 \Rightarrow 8a + 10a + 2 = 56 \Rightarrow 18a + 2 = 56$$

$$\Rightarrow 18a = 54 \Rightarrow a = 3$$

توضیح برای تیپ پنج:

برای حل این تیپ سوالات، باید ابتدا اعداد اعشاری داده شده را با فرمول گفته شده به کسر تبدیل کرد و سپس بقیه محاسبات را انجام داد.

در ضمن باید در اینگونه مسائل توجه داشته باشیم که:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

سوالات فصل اول (اعداد گویا و اعشاری)

سوالات نمونه فصل

* پاسخ تشریحی این سوالات در آخر فصل، نوشته شده اند.

1.

$$\frac{3 - \frac{3}{4} - 4}{2 - \frac{3}{4}} = ?$$

- A) $\frac{1}{8}$ B) -3 C) $-\frac{4}{3}$ D) -20 E) -7

MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ - 2017

2.

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{5} = ?$$

- A) 6,75 B) 7,05 C) 7,35 D) 7,65 E) 7,95

KARABÜK ÜNİVERSİTESİ - 2017

3.

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \right) = ?$$

- A) $-1\frac{1}{5}$ B) $-1\frac{1}{10}$ C) $1\frac{1}{10}$
D) $1\frac{1}{5}$ E) $1\frac{1}{4}$

T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ - 2013

4.

$$\left(2 + \frac{3}{8} \right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) = ?$$

- A) $4\frac{3}{4}$ B) $4\frac{1}{4}$ C) $3\frac{1}{3}$
D) $3\frac{1}{4}$ E) $2\frac{1}{3}$

T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ - 2013

5.

$$0,0003 - \frac{0,001}{2} = ?$$

- A) 0,4998 B) 0,4989 C) 0,002
D) $-0,002$ E) $-0,0002$

YILDIZ TEKNI ÜNİVERSİTESİ - 2017

6.

$$\frac{99999999}{9999} + \frac{3333}{33} = ?$$

- A) 10001 B) 10102 C) 10100
D) 11012 E) 10210

YILDIZ TEKNI ÜNİVERSİTESİ - 2013

7.

$$a = 0,7 \Rightarrow \sqrt{a} = ?$$

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ - 2016

* توضیحات موجود در پاسخ تشریحی، مطالعه شود. جهت خرید نسخه کامل به سایت <https://yosquiz.com> مراجعه کنید و یا با آیدی تلگرامی [@yosquiz_sabtenam](https://t.me/yosquiz_sabtenam) در ارتباط باشید

8.

$$\frac{\left(2011 + \frac{1}{2}\right) - \left(2009 - \frac{1}{3}\right)}{\left(2007 + \frac{1}{3}\right) - \left(2005 - \frac{1}{2}\right)} = ?$$

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2014

9.

$$a = 3,4\bar{5}$$

$$b = (3 - a) \frac{5}{41}$$

$$b = ?$$

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{18}$ C) $-\frac{1}{41}$
D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{1}{12}$

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2018

10.

$$3 + 2[(-5 + 2) - (-7 + 3)] - 4 = ?$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2012

11.

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}}} = ?$$

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ – 2012

12.

$$100\frac{1}{4} - 200\frac{1}{3} + 101\frac{1}{12} = ?$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ – 2017

پاسخ تشریحی سوالات نمونه فصل

1.

« گزینه E »

$$3 - \frac{3}{4} - 4 = \frac{3.4}{4} - \frac{3}{4} - \frac{4.4}{4} = \frac{-7}{4} = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}$$

$$\frac{2 - \frac{3}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{2.4}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$$

2.

« گزینه D »

$$\frac{3}{\frac{2}{5}} + \frac{3}{4} = \frac{15}{2} + \frac{3}{20} = \frac{15.5}{2.5} + \frac{3.5}{20.5} = \frac{75}{10} + \frac{15}{100} = 7.5 + 0.15 = 7.65$$

3.

« گزینه B »

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3.5}{20} + (2.4 - 1.10) - (3.10 + 1.5) = \frac{-22}{20} = -\frac{11}{10}$$

$$= -1 - \frac{1}{10} = -1\frac{1}{10}$$

4.

« گزینه A »

$$\left(2 + \frac{3}{8}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2.8 + 3}{8}\right) \div \left(\frac{2.2 - 1}{6}\right)$$

$$= \left(\frac{19}{8}\right) \div \left(\frac{3}{6}\right) = \frac{19}{8} \times (2) = \frac{19}{4} = \frac{4.4 + 3}{4}$$

$$= \frac{4.4}{4} + \frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} = 4\frac{3}{4}$$

5.

« گزینه E »

$$0.0003 - \frac{0.001}{2} = 0.0003 - 0.0005 = -0.0002$$

6.

« گزینه B »

$$\frac{99999999}{9999} + \frac{3333}{33} = \frac{9999 \cdot 10000 + 9999}{9999} + \frac{33 \cdot 100 + 33}{33}$$

$$= 10000 + 1 + (100 + 1) = 10102$$

7.

« گزینه E »

$$a = 0,\bar{7} \Rightarrow a = \frac{7}{9} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

* هنوز مطالب مربوط به رادیکال بحث نشده است. در فصل های آینده، این فصل به تفصیل توضیح داده خواهد شد.

8.

« گزینه C

$$\frac{\left(2011 + \frac{1}{2}\right) - \left(2009 - \frac{1}{3}\right)}{\left(2007 + \frac{1}{3}\right) - \left(2005 - \frac{1}{2}\right)} =$$

$$\frac{(2011 - 2009) + \left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)}{(2007 - 2005) + \left(\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)} =$$

$$\frac{2 + \frac{3+2}{6}}{2 + \frac{2+3}{6}} = 1$$

9.

« گزینه B

$$a = 3,4\bar{5} = 3 + \frac{45-4}{90} = 3 + \frac{41}{90}$$

$$b = (3-a) \cdot \frac{5}{41} \Rightarrow b = \frac{-41}{90} \cdot \frac{5}{41}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{5}{90} = -\frac{1}{18}$$

10.

« گزینه B

11.

« گزینه A

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}} = X$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{X} = X \xrightarrow{\times(X)} 2X - 1 = X^2$$

$$\Rightarrow X^2 - 2X + 1 = 0 \Rightarrow (X-1)^2 = 0 \Rightarrow X = 1$$

12.

« گزینه A

« گزینه B

$$100 \frac{1}{4} - 200 \frac{1}{3} + 101 \frac{1}{12} =$$

$$(100 - 200 + 101) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) =$$

$$1 + \frac{1 \cdot 3 - 1 \cdot 4 + 1}{12} = 1$$

سوالات آخر فصل اول

1.

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{6} = ?$$

- A) 1 B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

2.

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = ?$$

- A) $-\frac{1}{20}$ B) $-\frac{1}{10}$ C) 0
D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{5}$

3.

$$a + \frac{2}{b} = \frac{17}{5} \Rightarrow a + b = ?$$

- A) 5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

4.

$$243 \frac{15}{11} - 241 \frac{4}{11} = ?$$

- A) $\frac{18}{11}$ B) 2 C) 3 D) $\frac{32}{11}$ E) $\frac{35}{11}$

5.

$$\left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = ?$$

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) -1
D) $-\frac{6}{5}$ E) $-\frac{7}{5}$

6.

$$A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{7}\right)$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) \rightarrow A \cdot B = ?$$

- A) 1 B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{8}{7}$
D) $\frac{15}{7}$ E) 3

7.

$$\frac{1}{2} : 3 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

8.

$$13 : \left(\frac{2}{\frac{4}{5}} + \frac{9}{6}\right) = ?$$

- A) $\frac{13}{2}$ B) 4 C) $\frac{13}{5}$ D) [2 E) $\frac{13}{7}$

9.

$$a = \frac{5}{7}, b = \frac{5}{8}, c = \frac{5}{9} \Rightarrow ? < ? < ?$$

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$
 C) $b < a < c$ D) $b < c < a$
 E) $c < b < a$

10.

$$a = \frac{3}{10}, b = \frac{13}{100}, c = \frac{153}{1000} \Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $b > c > a$ B) $c > a > b$
 C) $c > b > a$ D) $a > b > c$
 E) $a > c > b$

11.

Hangısı $\frac{2}{5}$ ve $\frac{7}{5}$ arasındadır?

Which one is between the numbers $\frac{2}{5}$ and $\frac{7}{5}$?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{8}{10}$ D) $\frac{16}{10}$ E) $\frac{27}{15}$

12.

$$A = \frac{7}{9} + \frac{12}{19} \Rightarrow \frac{11}{9} + \frac{7}{19} = ?$$

- A) $A-3$ B) $A-2$ C) $3-A$ D) $2-A$ E) $1-A$

13.

$$a = \frac{29}{27}, b = \frac{15}{13}, c = \frac{53}{51} \Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $b > c > a$ B) $b > a > c$
 C) $a > b > c$ D) $c > b > a$
 E) $a > c > b$

14.

$$a = \frac{1}{9}, b = \frac{1}{5}, c = \frac{1}{8} \Rightarrow ? < ? < ?$$

- A) $b < c < a$ B) $c < a < b$
 C) $a < c < b$ D) $c < b < a$
 E) $a < b < c$

15.

$$1 + \frac{6}{1 + \frac{6}{1 + \frac{6}{\ddots}}} = ?$$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

16.

$$A = \frac{3}{7} + \frac{9}{17} + \frac{5}{24} \Rightarrow \frac{4}{7} + \frac{8}{17} + \frac{19}{24} = ?$$

- A) $A-3$ B) $3-3A$ C) $3A-1$ D) $A+3$ E) $3-A$

17.

$$\frac{3,14+4,86}{0,4}=?$$

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 30 E) 40

18.

$$\left. \begin{array}{l} x=1,2\bar{9} \\ y=0,2\bar{9} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x+y}{x-y}=?$$

- A) 2,2 B) 1,6 C) 1,2 D) 0,6 E) 0,4

19.

$$\frac{0,7\bar{-}-0,5\bar{-}+0,4\bar{-}}{0,3\bar{-}+0,6\bar{-}-0,7\bar{-}}=?$$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

20.

$$\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1-\frac{1}{50}\right)}{\frac{1}{a}} = \frac{1}{25} \Rightarrow a=?$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

21.

$$\frac{12}{13} + \frac{13}{14} + \frac{14}{15} = M \Rightarrow \frac{25}{26} + \frac{27}{28} + \frac{29}{30} = ?$$

- A) $\frac{M}{2}$ B) $2M+1$ C) $\frac{M+3}{2}$ D) $\frac{M-1}{2}$ E) $\frac{3M}{2}$

22.

$$\frac{1}{4} \left(\frac{4}{11} - \frac{1}{33} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{33}{11} - \frac{1}{4} \right) = ?$$

- A) 0 B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{4}{11}$ D) 1 E) 3

23.

$$\left. \begin{array}{l} a = -3,175\bar{2} \\ b = -3,175\bar{2} \\ c = -3,175\bar{2} \end{array} \right\} \Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $a > b > c$ B) $a > c > b$ C) $c > a > b$
D) $b > c > a$ E) $c > b > a$

24.

$$\frac{135,7}{1,357} + \frac{0,1357}{0,001357} = ?$$

- A) 200 B) 300 C) 400 D) 500 E) 600

33.

$$0,5\overline{16} = ?$$

- A) $\frac{511}{999}$ B) $\frac{516}{990}$ C) $\frac{516}{900}$
 D) $\frac{516}{999}$ E) $\frac{511}{990}$

34.

$$a = \frac{10}{11} \quad b = \frac{100}{111} \quad c = \frac{1000}{1111}$$

$$\Rightarrow ? < ? < ?$$

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$
 D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

35.

$$a = \frac{11}{10} \quad b = \frac{101}{100} \quad c = \frac{1001}{1000}$$

$$\Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $c > a > b$ B) $b > a > c$ C) $b > a > c$
 D) $c > b > a$ E) $a > b > c$

36.

$$\left. \begin{array}{l} a, b, c, d \in \mathbb{R} \\ a < 0 < b < c < d \end{array} \right\}$$

Which one is negative?
 Hangisi negative dir?

- A) $a \cdot (b - d)$ B) $(d - c) \cdot (b - a)$ C) $(a - b) \cdot (a - d)$
 D) $b + c + d - a$ E) $a \cdot b + a$

37.

$$\begin{cases} a, b, c \in \mathbb{Z}^- \\ 12 \cdot a \cdot b = 30 \cdot b \cdot c = 18 \cdot a \cdot c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a + b + c) = ?$$

- A) -5 B) -7 C) -10 D) -12 E) -15

38.

$$4 + 6 : 2 - 4 \cdot 3 + 1 = ?$$

- A) -4 B) -3 C) -1 D) 3 E) 4

39.

$$x \neq 3$$

$$L, \Rightarrow \frac{x-3(x-2)}{x-3} = ?$$

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x + 1$
 D) 2 E) -2

40.

$$\underbrace{\frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \dots + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2}}_{21 \text{ digits}} = ?$$

- A) $\frac{11}{6}$ B) $\frac{19}{6}$ C) $\frac{25}{6}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

49.

$$\left. \begin{array}{l} x, y, z \in \mathbb{R} \\ y > 0 \\ x - y > z \end{array} \right\} \Rightarrow \text{which one is correct?}$$

- A) $x > z$ B) $x > y$ C) $z > y$
 D) $x > 0$ E) $z > 0$

50.

$$\frac{5\left(2 - \frac{3}{5}\right)}{2\left(3 - \frac{5}{2}\right)} = ?$$

- A) $\frac{5}{2}$ B) 4 C) 3 D) 5 E) 8

کلید سوالات نمونه فصل

1	2	3	4	5	6
E	D	B	A	E	B
7	8	9	10	11	12
E	C	B	B	A	A

کلید سوالات تست تسلط

1	2	3	4	5	6
B	A	A	E	C	B
7	8	9	10	11	12
D	B	A	B	C	A
13	14	15	16	17	18
B	D	D	E	E	A
19	20	21	22	23	24
B	B	C	D	C	C
25	26	27	28	29	30
D	B	A	B	A	E

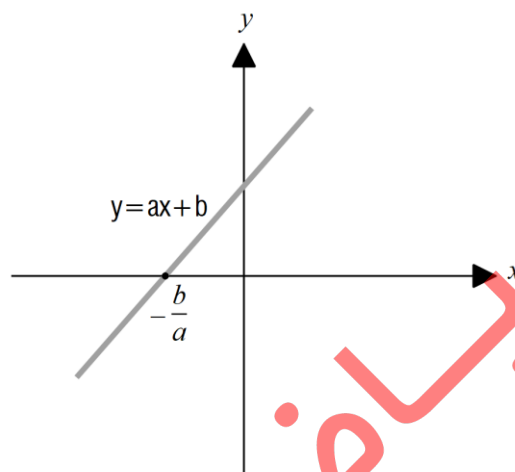
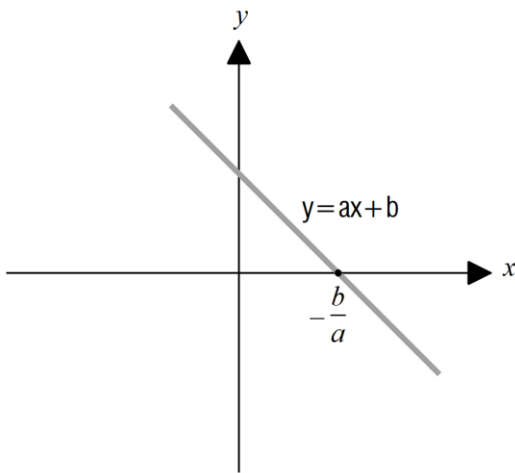
کلید سوالات آخر فصل

1	2	3	4	5	6
A	C	E	C	A	A
7	8	9	10	11	12
C	B	E	E	C	C
13	14	15	16	17	18
B	C	B	E	C	B
19	20	21	22	23	24
B	C	C	D	E	A
25	26	27	28	29	30
D	D	B	B	C	C
31	32	33	34	35	36
E	C	E	A	E	E
37	38	39	40	41	42
A	A	E	B	E	A
43	44	45	46	47	48
A	B	E	A	A	E
49	50				
A	E				

فصل دوم

معادله درجه اول

نسخه
ویدیو
رایگان



معرفی معادله:

عبارت جبری شامل یک یا چند عدد، متغیر و عملگرهایی مثل جمع و تفریق و ضرب و تقسیم است، برای مثال $5x$ ، $3+r$ ، $4-\frac{x}{y}$ ، عبارت های جبری هستند. معادله از یک تساوی که در دو سوی آن عبارت جبری باشد تشکیل می شود و می تواند یک یا چند جواب داشته باشد. برای مثال $3x+1=5z$ ، $2+\frac{x}{y}=1$ ، عبارت های جبری هستند.

مثلا در معادله زیر، ۲ تنها ریشه ی معادله است.

$$x+2=x \times 2 \rightarrow x=2$$

معادلات درجه اول:

به معادله ای که در آن بیشترین توان متغیر یک باشد، معادله ی درجه اول می گویند و به فرم $y = ax + b$ می باشد. معمولا x در معادله مجهول است و به ازای هر y تنها یک x در معادله صدق می کند که آن را جواب معادله می نامیم.

۱-۲- شیب و عرض از مبدا

نمودار معادله ی درجه اول یا معادله خط، خط راست شیب داری است که محور x ها را در یک نقطه قطع می کند.

اگر معادله درجه اول را به صورت نموداری در صفحه ی $y-x$ رسم کنیم، به صورت زیر در می آید:

◀ نکته

جواب معادله درجه اول در سه حالت قابل بررسی است:

✓ $a \neq 0$ باشد: که در این صورت معادله دارای تنها یک جواب است.

✓ $a = 0$ و $b \neq 0$ باشد: معادله غیرممکن یا نشدنی است.

$$0 \times x = 4 \Rightarrow 0 = 7$$

✓ $a = 0$ و $b = 0$ باشد: معادله مبهم است و بی نهایت جواب دارد. ($x \in R$)

◀ نکته

قانون طرفین-وسطین ، همواره در معادلات ممکن است به کار آید:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = c.b$$

◀ نکته

دو معادله درجه اول در صورتی با هم برابرند که ضرایب آن ها برابر باشند:

$$a, b, m, n \in R$$

$$ax + b = mx + n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = m \\ b = n \end{cases}$$

اگر خط از چپ به راست، صعودی باشد a مثبت و اگر نزولی باشد، a منفی می باشد. a را شیب نمودار می گوئیم.

محل برخورد نمودار با محور طول ها y برابر صفر می باشد بنابراین:

$$y = 0 \rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

اگر محل برخورد خط با محور x در سمت راست محور y باشد، $-\frac{b}{a}$ مثبت است و اگر محل برخورد در سمت چپ محور y باشد، $-\frac{b}{a}$ منفی است. این عبارت را عرض از مبدا نمودار می گوئیم. در این مثال مقادیر شیب و عرض از مبدا را به ترتیب محاسبه می کنیم:

◀ مثال

$$5y = -x + 1 + 6x + 6$$

$$5y = 5x + 7$$

$$\Rightarrow y = x + \frac{7}{5} \rightarrow a = 1$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{5}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = b = \frac{7}{5}$$



3.

$$3x - 32 + 2(3x + 5) = 32$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $-\frac{10}{9}$ B) 9 C) 6 D) $\frac{50}{9}$ E) 5

4.

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{15}x$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $\frac{5}{3}$ B) 0.6 C) 6 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

تذکر:

مجموعه جواب های یک معادله با عبارت S.S. نمایش داده می شود.

← تست بنام

تست الگو:

$$2x + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) 2.5 B) -2.5 C) 0 D) 5 E) -5

پاسخ تشریحی:

$$2x + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -2.5$$

1.

$$9x + 5 = 9x + 5$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

A) $\left\{\frac{9}{5}\right\}$ B) $\left\{\frac{5}{9}\right\}$ C) {1} D) $\left\{-\frac{9}{5}\right\}$ E) R

2.

$$-2x(6x - 3) - 8 = 3x(-4x - 1) + 10$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) 2 B) -2 C) 0 D) -1 E) 1

شد. (توجه داشته باشید که با ضرب هر عدد مخالف صفر در تمامی جملات معادله، جواب تغییری نمی کند.)

« مثال

$$\frac{1}{2}x - \frac{x}{3} + \frac{4}{5} - 2 = \frac{3}{5}x - 1$$

$$\Rightarrow x = ?$$

« راه حل

$$\frac{1}{2}x - \frac{x}{3} + \frac{4}{5} - 2 = \frac{3}{5}x - 1 \xrightarrow{\times(30)} 15x - 10x + 24 - 60 = 18x - 30$$

$$\Rightarrow -13x = 6 \Rightarrow x = \frac{-6}{13}$$

« مثال

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{x} = \frac{b+x}{x}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{x} = \frac{b+x}{x} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b+x}{x} - \frac{a}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b-a+x}{x} \Rightarrow ax = b^2 - ab + bx$$

$$\Rightarrow ax - bx = b^2 - ab \Rightarrow x(a-b) = b(b-a)$$

$$\Rightarrow x = b \frac{(b-a)}{(a-b)} = -b$$



۲ - معادلاتی که در مخرج کسرهایشان، متغیر دیده می شود: در این قسمت نیازمند این خواهیم بود تا جواب های درست و نادرست را از میان تمام جواب های بدست آمده تشخیص دهیم. **مقادیری که مخرج را صفر می کنند، مورد قبول نیستند.** پس این موضوع را از این بعد در کل

۲-۲- معادله های کسری

« یادآوری

تعدادی از اتحاد های معروف لازم است که ذکر شود. بقیه آنها که تعداد بیشتری را شامل می شوند، در این فصل مورد نیاز نیستند و بعداً در مورد آنها صحبت خواهیم کرد.

A) $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

B) $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

C) $x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$

همانطور که می دانید، اتحاد های A و B به اتحادهای مربع دو جمله ای و اتحاد C، به مزدوج معروف اند. لازم به تاکید است که این اتحادها هم از طرف چپ تساوی و هم از طرف راست باید آنها را به خاطر سپرد.

این معادلات در دو دسته مشاهده می شوند:

۱ - معادلاتی که هیچ کدام از مخرج کسرهایش دارای متغیر نیستند: **در این صورت برای ساده تر شدن محاسبات بهتر است کل معادله را در ک.م.م مخرج ها ضرب کنیم تا با اعدادی صحیح سروکار داشته باشیم.** در این قسمت نیز مانند فصل اول، مقادیر ک.م.م قابل محاسبه اند و حالات پیچیده تر در فصل های بعد، بررسی خواهند

تست تستها

تست الگو:

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{c}$ C) a D) b E) c

پاسخ تشریحی:

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow x \left(\frac{a}{x} + c \right) = \frac{x a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow a + cx = \frac{a(b+c)}{b} \Rightarrow cx = \frac{a(b+c)}{b} - a$$

$$\Rightarrow cx = \frac{ab + ac - ab}{b} \Rightarrow cx = \frac{ac}{b}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{b}$$

5.

$$\frac{22x+8}{5,5x+2} + \frac{10-4x}{x-3} = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $-\frac{4}{11}$ B) $\frac{11}{4}$ C) $-\frac{11}{4}$ D) $\frac{11}{2}$ E) $-\frac{11}{2}$

6.

$$\frac{2x-5}{15} - \frac{6x+2}{20} = x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{2}{35}$ B) 35 C) $\frac{70}{4}$ D) $-\frac{4}{70}$ E) $\frac{35}{2}$

مسیر به یاد خواهیم داشت. به این دو مثال دقت شود (منظور از S.S. مجموعه جواب معادله است):

« مثال

$$\frac{(2x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)(2x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

« راه حل

$$\frac{(2x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)(2x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow (2x+5)(x-3) = (x-3)(x+3)(2x+5)$$

$$2x+5 = 2x^2+11x+15 \Rightarrow 2x^2+9x+10=0$$

$$\left. \begin{aligned} x = -2 \text{ (Denominator } \neq 0) \\ x = -\frac{5}{2} \text{ (Denominator } = 0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow S.S. = \{-2\}$$

« مثال

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)(2x+6)} = 2$$

$$\Rightarrow x = ?$$

« راه حل

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)(2x+6)} = 2$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-1) = 2(x+2)(x-1)(2x+6)$$

$$\Rightarrow (x+3) = 2(x+2)(2x+6) = 4(x+2)(x+3)$$

$$\Rightarrow (x+3) = 4(x^2+5x+6) = 4x^2+20x+24$$

$$\Rightarrow 4x^2+19x+21=0 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x = -3 \text{ (Denominator } = 0) \\ x = -\frac{7}{4} \text{ (Denominator } \neq 0) \end{aligned} \right.$$

$$S.S. = \left\{ -\frac{7}{4} \right\}$$



تست تستها

تست الگو:

$$\begin{cases} x - y = 22 \\ y + z = 10 \\ z - v = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x - 2y - 2z + v = ?$$

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{l} x - y = 22 \\ \times(-1) \ y + z = 10 \\ \times(-1) \ z - v = 8 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x - y = 22 \\ -y - z = -10 \\ + \quad -z + v = -8 \\ \hline x - 2y - 2z + v = 4 \end{array}$$

9.

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = -17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

- A) $\{(\frac{1}{3}, 4)\}$ B) $\{(-3, -4)\}$ C) $\{(\frac{-1}{3}, \frac{1}{4})\}$
 D) $\{(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})\}$ E) $\{(3, 4)\}$

10.

$$\begin{cases} \frac{2}{3a+3} + \frac{4}{b+1} = 2 \\ \frac{3}{a+1} - \frac{5}{b+1} = \frac{19}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = ?$$

- A) -47 B) -45 C) -36 D) 47 E) 45

و دستگاه را به راحتی حل نمود. در این روش هریک از مجهول ها را به عنوان یک مجهول جدید فرض می کنیم:

مثال

$$\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 2 \quad (A)$$

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 11 \quad (B)$$

$$\Rightarrow x, y = ?$$

$$n = \frac{1}{x}, \quad m = \frac{1}{y}$$

$$\rightarrow (A) \Rightarrow 5n + 4m = 2$$

$$\rightarrow (B) \Rightarrow 3n - 2m = 11$$

$$\rightarrow n = \frac{24}{11} \Rightarrow x = \frac{11}{24}$$

$$\rightarrow m = -\frac{49}{22} \Rightarrow y = -\frac{22}{49}$$



راه حل

تست تست‌ها

تست الگو:

$$\begin{cases} 2x - 4y = 5 \\ mx + 2y = 10 \end{cases}, \quad n(S.S.) = 0$$

$\Rightarrow m = ?$

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ kx + py = r \end{cases}$$

$$\frac{a}{k} = \frac{b}{p} \neq \frac{c}{r} \Rightarrow S.S. = \emptyset$$

$$\frac{a}{k} = \frac{b}{p} = \frac{c}{r} \Rightarrow S.S. = R$$

$$\frac{2}{m} = -\frac{4}{2} \Rightarrow m = -1$$

13.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ -6x + ay = 10 \end{cases}, \quad n(S.S.) = \infty$$

$\Rightarrow a = ?$

A) 6 B) 16 C) -8 D) 8 E) -16

14.

$$\begin{cases} 2ax + 5y = 689 \\ 5ay + 18x = 175 \end{cases}, \quad S.S. = \emptyset$$

$\Rightarrow a = ?$

A) ± 1 B) ± 3 C) ± 4 D) 0 E) ± 2

11.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = ?$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12.

$$\begin{cases} 3a - b + 5c = 7 \\ 5a + 6c = 8 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2a + b + c = ?$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

۴-۲- بحث در مورد جواب های دستگاه دو

معادله دو مجهولی

با در نظر گرفتن اینکه فرم کلی دو معادله دو مجهولی به

صورت $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ باشد، سه حالت زیر را بررسی می

کنیم:

(۱) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$: بی شمار جواب داریم. در حقیقت

دو معادله یکی هستند و یک معادله ی دو مجهولی داریم. در این صورت دو خط روی یکدیگر منطبق اند.

(۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$: جواب نداریم. چون ضرایب مجهولات

دو معادله یکی است اما حاصل جمع شان یکی نیست و این منطقی نیست. در این حالت دو خط موازی اند.

(۳) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$: یک جواب داریم. یعنی دو خط فقط در

یک نقطه متقاطع هستند.

را از محاسبات خارج کرد. در اینجا Z یک جواب مشخص دارد (-1) و x و y به هم وابسته اند. اگر برای مثال x را 8 در نظر بگیریم برای y جواب 7- به دست می آید و اگر x را "صفر" در نظر بگیریم برای y جواب 1 به دست می آید. پس برای x و y بی شمار جفت جواب وجود دارد.

« مثال

$$\begin{cases} x \cdot y = 0 & (A) \\ x + z = 2 & (B) \\ y + z = 3 & (C) \end{cases} \Rightarrow z = ?$$

$$B \rightarrow x = 2 - z$$

$$C \rightarrow y = 3 - z$$

$$A \rightarrow (2 - z)(3 - z) = 0 \Rightarrow z = \{2, 3\}$$

در این مثال، راه حل واضح تری نیز وجود داشت: با در نظر گرفتن ترم (A)، می دانستیم یکی از متغیرها صفر است. با جایگذاری صفر به جای x و y به ترتیب در معادلات (B) و (C)، همان نتیجه برای Z بدست می آمد.



« راه حل

15.

$$\begin{cases} (2m-2)x + 5y = 15 \\ 8x - 4y = 2n-1 \end{cases}, \quad S.S. = R \Rightarrow (n, m) = ?$$

- A) $\left(-\frac{11}{2}, \frac{2}{11}\right)$ B) $\left(\frac{-1}{4}, \frac{-2}{11}\right)$ C) $\left(-\frac{11}{2}, -4\right)$
D) $\left(4, \frac{11}{2}\right)$ E) $(4, -4)$

16.

$$\begin{cases} 2y - 5ax = 6 \\ 9y + a^2x = 13 \end{cases}, \quad n(S.S.) = 1 \Rightarrow a = ?$$

- A) $R - \{-22.5\}$ B) R C) \emptyset D) $\{-\frac{45}{2}\}$ E) $\{\frac{45}{4}\}$

۵-۲- عدم همخوانی تعداد مجهولات با تعداد

معادلات

اگر تعداد مجهولات ما بیشتر از تعداد معادلات مستقل از هم باشد، بی نهایت جواب برای مجهولات وجود دارد. مثلاً در معادله $x + y = 1$ می توان بی نهایت جفت جواب برای x و y پیدا کرد که حاصل جمعشان برابر ۱ باشد.

با یک مثال شفاهی این قضیه را بیشتر توضیح می دهیم:

حالتی مانند دو معادله ی

$$x + y - z = 2, \quad -3x - 3y + 2z = 1$$

، دارای سه مجهول مستقل نیست و می توان با ضرب عدد 3- در معادله دوم و جمع معادلات، مجهولات x و y

19.

$$\begin{cases} \frac{z-y}{y} = 3 \\ \frac{x+y}{y} = 4 \\ x+y+z = 64 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z-x = ?$$

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 4 E) 5

20.

$$\begin{cases} 10x - 5y + 15z = 17 \\ 30z + 20x + 10y = 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = ?$$

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

← تست نسیما

تست الگو:

$$4xy + 3y = 2x + 1$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{3y+1}{2y+1}$ B) $\frac{3y+1}{4y+2}$ C) $\frac{3y-1}{1-2y}$
 D) $\frac{3y+1}{2-4y}$ E) $\frac{3y-1}{2-4y}$

پاسخ تشریحی:

$$4xy + 3y = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 4xy - 2x = -3y + 1 \Rightarrow x(4y - 2) = -3y + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3y + 1}{4y - 2} = \frac{3y - 1}{2 - 4y}$$

YOS QUIZ

17.

$$6xy + 5y + 3x = 2$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{-3-5y}{6x+2}$ B) $\frac{6y-2}{3+5y}$ C) $\frac{3+6y}{-2-5y}$
 D) $\frac{5+3x}{6y-2}$ E) $\frac{2-5y}{3+6y}$

18.

$$\left. \begin{aligned} a \neq b, a \neq -b \\ a^2(1-x) + b^2 = b(2a-bx) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = ?$$

- A) $a^2 - b^2$ B) $a - b$ C) $a + b$
 D) $\frac{a-b}{a+b}$ E) $(a-b)^2$

« راه حل

$$\left. \begin{aligned} (x-4)^6 = 0 &\Rightarrow x=4 \\ (x^3 - 27)^2 = 0 &\Rightarrow x=3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S.S. = \{3,4\}$$

توضیح برای تیپ ۲:

هرگاه حاصل جمع چند عبارت مثبت، صفر شود آنگاه همه آنها باید صفر باشند تا درستی کل عبارت برقرار باشد. در مثال اول می دانیم که حاصل $5x^4$ و $6x^2$ همواره مقداری مثبت است و عدد ۵ نیز بزرگتر از صفر است. پس حاصل جمع این سه ترم هیچگاه برابر صفر نمی شود. در مثال دوم، مجدداً شاهد این امر هستیم که حاصل جمع دو عبارت همواره مثبت برابر صفر است. پس هر یک از آن دو باید صفر باشد که با جایگذاری، مجموعه جواب برای متغیر X مشخص می شود.

« نکته

اعداد حقیقی با توان زوج همواره اعدادی مثبت هستند.



تیپ سه:

$$\left. \begin{aligned} (A) \quad x \cdot y = 4 \\ (B) \quad x + y = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x, y = ?$$

« راه حل

$$\begin{aligned} (A) \rightarrow x = \frac{4}{y} \xrightarrow{(B)} \frac{4}{y} + y = 4 \xrightarrow{\times(y)} 4 + y^2 = 4y \\ \Rightarrow (y-2)^2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{aligned}$$



جهت خرید نسخه کامل به سایت <https://yosquiz.com> مراجعه کنید و یا با آیدی تلگرامی [@yosquiz_sabtenam](https://t.me/yosquiz_sabtenam) در ارتباط باشید

تیپ خاص سوالات:

تیپ یک:

$$\left. \begin{aligned} 2(x+5) + 4x = 6x + k \\ n(S.S.) = \infty \end{aligned} \right\} \rightarrow k = ?$$

« راه حل

$$\begin{aligned} 2x + 10 + 4x = 6x + k &\Rightarrow 6x + 10 = 6x + k \\ \Rightarrow k = 10 \end{aligned}$$

توضیح برای تیپ ۱:

در واقع می خواهیم جواب های یک معادله یک مجهولی را بررسی نماییم.

اگر یک معادله یک مجهولی به صورت روبه رو داشته باشیم:

$$ax + b = cx + d$$

۱- در صورتی که $a = c$ و $b = d$ باشد معادله بی شمار جواب دارد.

۲- در صورتی که $a = c$ و $b \neq d$ معادله جواب ندارد.

۳- اگر $a \neq c$ معادله یک جواب دارد.



تیپ دو - یک:

$$5x^4 + 6x^2 + 5 = 0 \Rightarrow S.S. = ?$$

« راه حل

$$S.S. = \emptyset$$

تیپ دو - دو:

$$(x-4)^6 + (x^3 - 27)^2 = 0 \Rightarrow S.S. = ?$$

سوالات فصل دوم (معادله درجه اول و دستگاه های خطی)

سوالات نمونه فصل

1.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= 15 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 17 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{c} &= 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = ?$$

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2013

2.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} &= 1 \\ x - 3y &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = ?$$

A) -6 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2013

3.

$$\frac{2-5x}{3} = 4-2x$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 14

T.C. ISTANBUL ÜNİVERSİTESİ - 2014

4.

$$\left. \begin{aligned} 3x-7y &= 7 \\ 2y-x &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x+y = ?$$

A) 10 B) 11 C) 13 D) 17 E) 19

T.C. ISTANBUL ÜNİVERSİTESİ – 2015

5.

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{3-2y} = 0 \Rightarrow x-2y = ?$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2017

6.

$$\left. \begin{aligned} a-b &= 1 \\ a+c &= 7 \\ b-c &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3a+c = ?$$

A) 8 B) 11 C) 15 D) 17 E) 20

YÖGS - 2011

7.

$$x \in \mathbb{Z}^+$$

$$\frac{2}{15} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \Rightarrow x = ?$$

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) 5 E) $\frac{1}{7}$

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ – 2017

8.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{5} \\ xy = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \prod_i y_i = ?$$

ise y'nin alabileceği değerlerin çarpımı nedir?

According to the equation system above, what is the multiplication of the values of y?

- A) 4 B) 2 C) -2 D) -1 E) 1

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ – 2013

9.

$$1 + \frac{24}{2 + \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}}} = 5 \Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) 1 C) 0 D) -1 E) 2

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ – 2017

10.

$$\left. \begin{array}{l} x \neq -2 \\ x \neq -\frac{2}{3} \end{array} \right\} , 3 - \frac{2}{2 + \frac{4x}{x+2}} = 1$$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 2 B) -1 C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) 0

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ – 2017

11.

$$\frac{x+4y}{y-x} = 5 \Rightarrow \frac{x}{y} = ?$$

- A) $\frac{1}{6}$ B) 6 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $-\frac{1}{4}$

KARABÜK ÜNİVERSİTESİ – 2017

12.

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 2z = 2 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = ?$$

- A) -2 B) 2 C) 0 D) 1 E) -1

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ – 2013

پاسخ تشریحی سوالات نمونه فصل

1.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= 15 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 17 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{c} &= 12 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\frac{1}{a}=x, \frac{1}{b}=y, \frac{1}{c}=z} \left. \begin{aligned} x + y &= 15 \\ y + z &= 17 \\ x + z &= 12 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} y + z &= 17 \\ x + z &= 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - x = 5$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x + y &= 15 \\ y - x &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 10$$

$$y + z = 17 \Rightarrow z = 7 \Rightarrow c = \frac{1}{7}$$

« گزینه C

2.

$$x - 3y = 0 \Rightarrow x = 3y$$

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1 \Rightarrow \frac{3}{3y} - \frac{2}{y} = 1 \Rightarrow \frac{3}{3y} - \frac{2}{y} = 1 \Rightarrow x = -3$$

« گزینه B

3.

$$\frac{2-5x}{3} = 4-2x$$

$$\Rightarrow 2-5x = 12-6x \Rightarrow x = 10$$

« گزینه C

4.

$$\left. \begin{aligned} 3x-7y &= 7 \\ 2y-x &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3x-7y &= 7 \\ 6y-3x &= -12 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow -y = -5 \Rightarrow y = 5$$

$$\Rightarrow x = 14$$

« گزینه E

5.

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{3-2y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x-5} = \frac{-1}{3-2y}$$

$$\Rightarrow x-5 = -3+2y \Rightarrow x-2y = 2$$

« گزینه B

6.

$$\left. \begin{aligned} a-b &= 1 & (I) \\ a+c &= 7 & (II) \\ b-c &= 2 & (III) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(I)+(II)+(III)} 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow c = 3$$

$$3a + c = 17$$

« گزینه D

7.

$$x \in \mathbb{Z}^+$$

$$\frac{2}{15} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{2}{x(x+2)} \Rightarrow x = 3$$

« گزینه C

8.

« گزینه D

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x+5y = 3x-3y \Rightarrow 2x = -8y$$

$$\Rightarrow x = -4y$$

$$xy = -4 \Rightarrow -4y^2 = -4 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

$$\Rightarrow \prod y = -1$$

9.

« گزینه D

$$1 + \frac{24}{2 + \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}}} = 5 \Rightarrow \frac{24}{2 + \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}} = 4 \Rightarrow \frac{6}{x-2} = -2 \Rightarrow x = -1$$

10.

« گزینه C

$$3 - \frac{2}{2 + \frac{4x}{x+2}} = 1 \Rightarrow 2 + \frac{4x}{x+2} = 1 \Rightarrow \frac{4x}{x+2} = -1$$

$$\Rightarrow 4x = -x - 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{5}$$

11.

« گزینه A

$$\frac{x+4y}{y-x} = 5 \Rightarrow x+4y = 5y-5x$$

12.

« گزینه E

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ x - y + z = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 0$$

$$x - y + z = 2 \Rightarrow x = 1$$

سوالات آخر فصل

1.

$$5(2-x) - 3(x-1) = 5 + 8(1-x)$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

- A) $\{0\}$ B) $\{2\}$ C) \mathbb{R} D) \emptyset E) $\{1,2\}$

2.

$$\frac{x^2-3}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 0$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

- A) $\{-2\}$ B) $\{2\}$ C) $\{-2,2\}$ D) \emptyset E) \mathbb{R}

3.

$$\left. \begin{array}{l} a+b+2c=15 \\ 2a+b=9 \\ b+c=6 \end{array} \right\} \Rightarrow a.b.c = ?$$

- A) -8 B) -6 C) 6 D) 12 E) 20

4.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x+3y}{x+2} = \frac{9}{4} \\ \frac{3x-2y}{x+y} = \frac{7}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow y = ?$$

- A) 1 B) 4 C) 3 D) 14 E) 2

5.

$$\frac{12}{2 + \frac{5}{1 + \frac{3}{a}}} = 3$$

$$\Rightarrow a = ?$$

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{z} = \frac{4}{3} \\ \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{43}{48}$ D) $\frac{23}{24}$ E) $\frac{15}{16}$

7.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = 21 \\ 4ax - 2by = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = ?$$

$(x, y) = (2, 3)$

- A) 5 B) 7 C) 4 D) 6 E) 8

8.

$$\frac{1}{1 - \frac{x}{3x+1}} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

9.

$$\frac{x}{7x-4} = 0,15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 4 B) 5 C) $\sqrt{6}$ D) 7 E) 8

10.

$$\frac{12}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{24}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

11.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b.c}{a} = 3 \\ \frac{c.a}{b} = 2 \\ \frac{a.b}{c} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = ?$$

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

12.

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 10 = 0 \\ 2x - 3y = 6 \\ mx - 2y - 14 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow m = ?$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

13.

$$3(2x+1) - 6(x-1) + 3(x+1) = -15$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -9 B) -6 C) -2 D) 2 E) 3

14.

$$2 + \frac{2}{\frac{2}{x} - 2} = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15.

$$\frac{11}{9} - \frac{8}{7 - \frac{6}{5 - \frac{5x+2}{4}}} = -\frac{7}{9}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

16.

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{x-y} - \frac{3}{x+y} &= \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - y^2 = ?$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 3 E) 4

17.

$$\left. \begin{aligned} 3x - 5y &= 81 \\ ax + 6y &= 100 \\ \text{S.S.} &= \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = ?$$

- A) -3 B) $-\frac{16}{5}$ C) $-\frac{17}{5}$ D) $-\frac{18}{5}$ E) -4

18.

$$\left. \begin{aligned} (m-1)x + 4y - 6 &= 0 \\ 2x + (m+1)y + 3 &= 0 \\ n(\text{S.S.}) &= R \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = ?$$

- A) 3 B) -2 C) 0 D) 2 E) -3

19.

$$\left. \begin{aligned} a, b, c &\in \mathbb{Z}^+ \\ a^2b &= 8 \\ b^2c &= 4 \\ ac^2 &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b + c = ?$$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20.

$$\left. \begin{aligned} (m+3)x + 2y - 1 &= 0 \\ (2m-1)x - y + 2 &= 0 \\ \text{S.S.} &= \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = ?$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{6}$

21.

$$\left. \begin{aligned} x(y+z) &= 19 \\ y(x+z) &= 21 \\ z(x+y) &= 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow xy + xz + yz = ?$$

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

22.

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 18 \\ x + z &= 10 \\ y + z &= 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x+y+z}{x+z} = ?$$

- A) 2 B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{20}{3}$

23.

$$\left. \begin{aligned} 5a + 4b &= 13 \\ 4a + 5b &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 - b^2 = ?$$

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 17

24.

$$\left. \begin{aligned} 2a + 3b + c &= 4 \\ 4a + b + 3c &= 44 \\ 3a + 2b - 2c &= 50 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = ?$$

- A) 18 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

25.

$$\left. \begin{aligned} a &= -1, 19 \\ b &= -2, 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{a^2 - b^2}{ab}} = ?$$

- A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{5}{6}$

26.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x-2} + \frac{2}{ax} &= 5 \\ a &= \frac{1}{x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 2

27.

$$\frac{\frac{1}{x} + 4 + 4x}{\frac{1}{2x} + 1} = 4$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) 1 E) $\frac{1}{4}$

28.

$$\left(4x - 4 + \frac{1}{x}\right) : \left(1 - \frac{1}{2x}\right) = 6$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

29.

$$x - \frac{1}{1} = 1$$

$$3 + \frac{2x}{x \left(2 - \frac{x+1}{x}\right)} = 1$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

30.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} &= 5 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} &= 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) $\left(2, \frac{1}{6}\right)$ B) $\left(\frac{1}{6}, 2\right)$ C) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$
- D) $\left(1, \frac{1}{6}\right)$ E) $\left(\frac{1}{6}, 1\right)$

31.

$$\frac{x-7}{3} - \frac{x+14}{6} = -4$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) -4 E) -5

32.

$$\frac{3}{x-2} + 3 = \frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

33.

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 2$$

$$\text{if } x = 3 \Rightarrow a = ?$$

- A) 2 B) 1 C) 0
D) -1 E) -2

34.

$$\frac{x-1}{1-x} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) \emptyset B) R C) $R \setminus \{1\}$

- D) $R - \{-1\}$ E) $\{-1\}$

جهت خرید نسخه کامل به سایت <https://yosquiz.com> مراجعه کنید و یا با آیدی تلگرامی [@yosquiz_sabtenam](https://t.me/yosquiz_sabtenam) در ارتباط باشید

35.

$$6 - \frac{4}{1 + \frac{3}{x-3}} = 5$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) -2

36.

$$\frac{x + \frac{1}{a}}{b} - \frac{x + \frac{1}{a} - \frac{1-b}{a}}{b} = \frac{1-b}{a}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1 B) a C) $-a$ D) b E) ab

37.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{u} + \frac{3}{y} &= 2 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{4} \\ \frac{2}{u} + \frac{2}{z} &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow z = ?$$

- A) $\frac{9}{4}$ B) 2 C) $\frac{24}{13}$ D) $\frac{5}{8}$ E) 1

38.

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ 3y - z = 6 \\ x + 3z = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

39.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} - \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 12 B) 66 C) 70 D) 72 E) 84

40.

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{y+1} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y + 5x + 3 = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

41.

$$\begin{cases} mx - ny = 3 \\ nx - my = 5 \\ m - n = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

42.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 5 \\ 3x + z = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{y} = ?$$

- A) $\frac{6}{5}$ B) 1 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

43.

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+2}{2} = x + \frac{x-1}{3}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{6}{13}$ C) $-\frac{6}{13}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

44.

$$\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2-x}{2} = x + \frac{x}{4} - \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 4 B) $R - \{2\}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) R

45.

$$(3x-2)^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\{-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$
D) $\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\}$ E) \emptyset

46.

$$(2x+1)(x-3) = (3x+2)(x-3)$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\{3, -1\}$ B) $\{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$ C) $\{-\frac{1}{2}, 3\}$
D) R E) $\{\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\}$

47.

$$\frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\{-2, 2\}$ B) \emptyset C) 2 D) $R - \{2\}$ E) -2

48.

$$\frac{6}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -1 B) \emptyset C) $\{-1, 1\}$ D) 1 E) 0

49.

$$\frac{12}{6} = 4$$

$$1 + \frac{2x-1}{2 + \frac{3}{x}} = 4$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

50.

$$3 + \frac{4}{x+2} = 5$$

$$3 + \frac{x+2}{x-1} = 5$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) -2

51.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{3x+1}{x+2} = \frac{2}{x-2} + 3$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

52.

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{c}$ C) a D) b E) c

53.

if $y = 2x + m$, $y = (m+n)x + 3$

$$(x, y) = (1, 4) \Rightarrow n = ?$$

- A) 0 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

54.

if $3x + 2y = -4$, $4x - 3y = -11$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (1, 2) B) (2, -1) C) (-2, 1)
D) (2, 1) E) (-1, -2)

55.

$$\text{if } \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 3, \frac{3x}{4} - \frac{y}{4} = 4$$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (2,3) B) (6,2) C) (1,6)
D) (3,6) E) (2,5)

56.

$$(3x - y - 4)^2 + (2x + 3y - 10)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + y = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

57.

$$\text{if } \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 1, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (1,2) B) (2,-1) C) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$
D) (-1,2) E) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

58.

$$\text{if } \frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{2}, \frac{2x-3}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

59.

$$\text{if } \frac{x-y}{2} - x = 20, \frac{y-x}{3} + y = 10$$

$$\Rightarrow x - y = ?$$

- A) -34 B) -36 C) 34 D) 36 E) 0

60.

$$\text{if } 6x + y = 162, \frac{x}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (15,32) B) (3,18) C) (45,9)
D) (18,54) E) (12,24)

61.

$$\text{if } 7x + 6y + 5z = 25, 4x + 3y + 2z = 4$$

$$\Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

62.

$$\text{if } x + y + z = 20, 3x - 2y - 2z + 10$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 5 B) 7,5 C) 10 D) 12,5 E) 15

63.

$$\text{if } 2a + b - c = 5, \quad a - 2b + 2c = 4 \\ \Rightarrow 5a - 5b + 5c = ?$$

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

64.

$$\begin{cases} 3x + y + z = 30 \\ x + 3y + z = 34 \\ x + y + 3z = 36 \end{cases} \\ \Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 20 B) 25 C) 30
D) 35 E) 40

65.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 6 \\ 2x + y + z = 5 \\ x + y + 3z = 7 \end{cases} \\ \Rightarrow z = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

66.

$$\frac{3(a-1)}{2} + \frac{9a+4}{6} = 3a-7 \\ \Rightarrow a = ?$$

- A) \emptyset B) 3 C) 2 D) 6 E) R

67.

$$\frac{5n-1}{2} - \frac{3n+4}{3} = \frac{3(3n-4)+1}{6} \\ \Rightarrow n = ?$$

- A) \emptyset B) -5 C) -1 D) 4 E) R

68.

$$(a-1)x + b + 4 = 4x + 6 \\ \Rightarrow (a, b) = ?$$

- A) (1, -4) B) (1, 6) C) (4, 6)
D) (5, 2) E) (5, 6)

69.

$$\text{if } \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{2}, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (6, 2) B) (6, 3) C) (6, 4)
D) (2, 3) E) (3, 2)

70.

$$\begin{cases} (2m-1)x - y + n = 0 \\ (m+2)x + 3y - 6 = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow m \times n = ?$$

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{9}$

71.

$$\begin{cases} x, y \in R \\ -6x + 3y + 5 = 0 \\ (a-1)x - 4y - 5 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow a = ?$

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

72.

$$\begin{cases} 3x + 5y + 4z = 17 \\ 6x + 4y + 5z = 19 \end{cases}$$

$\Rightarrow x + y + z = ?$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

73.

$$\begin{cases} 3x - y - 3z = 7 \\ x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow x + y - z = ?$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

74.

$$\begin{cases} a - b = 7 \\ c - b = 4 \\ c + d = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a + d = ?$

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

75.

$$\begin{cases} 7x + y + 10z = 30 \\ x - y + 2z = 6 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

76.

if $x \leq 4, x - 2y + 6 = 0$

$\Rightarrow \max(y) = ?$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

77.

$\frac{a}{0.02} = b, 2 < a < 3$

$\Rightarrow \max(\text{range}(b)) = ?$

- A) $50 < b < 100$ B) $50 < b < 250$ C) $100 < b < 125$
D) $100 < b < 150$ E) $100 < b < 200$

78.

$3mx - 4 = (m + 4)x + n + 1$

if $x = R \Rightarrow m \times n = ?$

- A) -6 B) -10 C) -12 D) 8 E) 10

79.

$$4 + 3(1 - x) = x - 4(2 + x)$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) R B) $\{-2\}$ C) $\{0\}$ D) $\{1\}$ E) \emptyset

کلید سوالات نمونه فصل

1	2	3	4	5	6
C	B	C	E	B	D
7	8	9	10	11	12
C	D	D	C	A	E

کلید سوالات تست تسلط

1	2	3	4	5	6
E	A	C	B	A	A
7	8	9	10	11	12
E	B	C	A	E	D
13	14	15	16	17	18
D	B	C	A	E	D
19	20				
B	C				

کلید سوالات آخر فصل

1	2	3	4	5	6
C	A	D	E	A	C
7	8	9	10	11	12
E	B	D	A	E	B
13	14	15	16	17	18
A	E	B	C	D	E
19	20	21	22	23	24
C	D	C	A	D	A
25	26	27	28	29	30
E	D	A	E	D	E
31	32	33	34	35	36
B	B	B	C	C	A
37	38	39	40	41	42
C	E	A	B	B	A
43	44	45	46	47	48
C	E	D	A	E	B
49	50	51	52	53	54
B	A	E	A	B	C
55	56	57	58	59	60
B	D	C	B	B	D
61	62	63	64	65	66
D	C	E	A	E	A
67	68	69	70	71	72
E	D	E	C	E	A
73	74	75	76	77	78
C	C	C	C	D	A
79					
E					

Mathematics

Istanbul university



For YÖS Exam