

جامع‌ترین مرجع فارسی

ریاضی

درسنامه + سوالات شبیه‌ساز یوس

• ویرایش سوم •

جلد اول



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نسخه دمو ریاضی

ریاضی خود آموز یوس

جلد اول

نسخه دوم ریاضی

شناسنامه کتاب

نام کتاب	ریاضی خود آموز یوس - جلد اول
مؤلف	گروه آموزشی یوس کوبیز
ناشر	گروه آموزشی یوس کوبیز
چاپ و صحافی	دنیز
طراح جلد	ریحانه رضا شاطری
صفحه آرا	پویا احدی
نوبت چاپ	سوم / ۱۳۹۹

فهرست جلد اول

۳	فصل اول - اعداد کسری، اعشاری و متناوب
۳۹	فصل دوم - معادله درجه اول
۶۷	فصل سوم - توان
۱۰۱	فصل چهارم - رادیکال
۱۳۳	فصل پنجم - فاکتورگیری
۱۵۳	فصل ششم - مینا
۱۶۹	فصل هفتم - نامساوی و قدرمطلق
۱۹۳	فصل هشتم - نسبت و تناسب
۲۱۳	فصل نهم - اعداد
۲۳۷	فصل دهم - مجموعه ها
۲۵۹	فصل یازدهم - تابع و توابع خاص
۲۸۹	فصل دوازدهم - همزهستی و باقیمانده تقسیم

BİRİNCİ CİLDİN İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM - KESİRLİ VE DEVİRLİ ONDALIK SAYILAR	3
2. BÖLÜM - BİRİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER	39
3. BÖLÜM - ÜSLÜ SAYILAR	67
4. BÖLÜM - KÖKLÜ SAYILAR	101
5. BÖLÜM - ÇARPANLARA AYIRMA	133
6. BÖLÜM - TABAN ARİTMETİĞİ	153
7. BÖLÜM - MUTLAK DEĞER VE EŞİTSİZLİK	169
8. BÖLÜM - ORAN-ORANTI	193
9. BÖLÜM - SAYILAR	213
10. BÖLÜM - KÜMELER	237
11. BÖLÜM - ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR	259
12. BÖLÜM - MODÜLER ARİTMETİK	289

پیشگفتار

به نام او که جان را فکرت آموخت...

معلمانمان را سپاس که آموختند، منت خدای راست عزّ و جلّ که قدرتی داد تا انسان بیندیشد و محبتی اعطا کرد تا آنچه را که اندیشیده، نشر دهد.

مجموعه‌ی حاضر، بهانه‌ای است در رساندن اندیشه‌ی صحیح به فرهیختگان و جامعه‌ی علم و دانش.

در تنظیم این مجموعه تلاش شده که دقیق‌ترین، مهم‌ترین و موثرترین محتوا ارائه گردد و امید است تا خوانندگان محترم، با مطالعه‌ی دقیق این اصول، خود بتوانند آن‌ها را به معرکه‌ی تحلیل و نقد آورده و پاسخ برخی از پرسش‌ها و شبهات آینده را نیز کسب کنند.

یوس کوییز، شنیدار پیشنهادات، انتقادات و ایده‌های عزیزان و بزرگواران است و این موضوع را همواره از بزرگترین افتخارات خود می‌داند که با مخاطبان خود، در ارتباط موثر و دائمی بوده است. تلاشمان بر هرچه بیشتر نمودن ارتباطات دوجانبه است.

امید است در پایان مسیری که نقشه‌اش را برای خود ترسیم کرده‌اید، در قله‌ی افتخارات باشید؛ افتخاراتی که علاقه‌مندیم تا سهمی هرچند کوچک از آن را داشته باشیم.

بهترین لحظه برای یوس کوییز و عوامل حاضر، موفقیت هریک از فراگیران است.

با آرزوی بهترین اتفاقات.

مدیریت یوس کوییز

سخن مولفان:

ضمن اظهار افتخار بابت همراهی فراگیران عزیز؛

کتاب حاضر بر اساس مطالعات و بررسی روی سوالات سنوات اخیر آزمون‌های یوس دانشگاه‌های ترکیه به رشته‌ی تالیف درآمده و طبق آخرین تحلیل‌ها از دنیای یوس، ویرایش شده تا آماده‌ی تحویل به جامعه‌ی فراگیران باشد.

در آغاز، توضیحی کوتاه در جهت کمک به مطالعه‌ی هرچه موثرتر این مجموعه ارائه کرده‌ایم. امید بر این است تا هرچه پیش می‌رویم، قدم‌هایمان استوارتر و بزرگتر برداشته شود.

هدف مشخص است. اما در رسیدن به آن، راه‌های گوناگونی را می‌توانید بیمایید و تصمیم به کلی در اختیار خود خود شماست. ما به عنوان کسانی که برهه‌ای از زندگی‌مان را در همین راه سپری کرده‌ایم و مسافران گوناگون، مشخصه‌های مثبت و نیز سهو و خطاهایشان را زیر ذره‌بین گرفته‌ایم، پس از انجام مطالعات فراوانمان در راستای رسیدن به اندوخته‌ای جامع، علمی و منطبق بر تمام شرایط، نتیجه‌ی حاصل را در قالب این مجموعه تقدیمتان می‌نماییم تا مقداری هر چند کوچک از سختی‌های راه کاسته باشیم.

اشاره‌ای به کلیات فصل‌ها:

در مطالعه‌ی این مجموعه، مشاهده خواهید نمود که مطالب به این صورت تقسیم‌بندی می‌شوند:

درسنامه: سعی شده است تمام مطالب مورد نیاز شما در امتحانات ورودی دانشگاه‌های ترکیه، به صورت جامع و

مطابق با تیپ سوالات مراکز مختلف، در درسنامه آورده شود. قطع به یقین اگر این محتوا را پله‌به‌پله و با نهایت دقتتان طی کنید، توانایی حل عموم سوالات را خواهید داشت.

نکته

در برخی از بخش‌های درس، قسمتی با عنوان "نکته" به صورت جدا از متن اصلی در یک کادر آورده شده و هدف، تاکید بر محتوا بوده است. این نکات، اغلب از سوالات پرتکرار و یا خاص امتحانات گلچین شده و لازم است تا نهایت دقتتان را برای این مفاهیم داشته باشید.

مطالعه آزاد

از اسمش مشخص است! این قسمت‌ها، به عنوان مطالبی که تاثیر مستقیم در دانش مورد نیاز شما برای حل سوالات آزمون‌های یوس داشته باشند، در نظر گرفته نمی‌شوند.

یادآوری

خواهید دید که محتوای این بخش‌ها برایتان آشنا خواهند بود؛ چراکه سال‌های سال است در سیستم آموزشی ایران، این مطالب به وفور تکرار شده‌اند. اما گاهی ممکن است این یادآوری‌ها دارای نکاتی ریز باشند که از ذهنمان گریخته‌اند. همچنین یادآوری‌ها، به عنوان پیش‌نیاز برای فهم متن درس و حل تست‌ها و مثال‌ها نیز قلمداد می‌شوند. لذا توصیه می‌کنیم نگاهی بر یادآوری‌ها داشته باشید اما اگر زمان کافی برای مطالعه‌ی دقیق و جزئی ندارید، می‌توانید آن‌ها را نادیده بگیرید.

* متن های ستاره دار:

تیپ خاص سوالات

خصوصیت بارز این مجموعه، همین قسمت است. تیپ‌های تکرار شده اما نایاب و گم‌شده‌ی سوالات را تشکیل می‌دهند که به صورت کاملاً جزئیاتی و دقیق در اختیارتان قرار می‌گیرد. سعی شده است این قسمت از مجموعه، دارای توضیحات مفصل، دقیق و کاربردی باشد. ارزش تیپ خاص سوالات را در آزمون‌های ورودی متوجه خواهید شد! مطالبی بر اهمیت که در کمتر منبعی پیدا می‌کنید.

بعضی اوقات، مطالبی وجود دارند که خارج از حیطه‌ی اختصاصی درس هستند و یا توضیحی اضافی برای جلوگیری از به وجود آمدن شبهه در فهم محتوا به شمار می‌روند. در متن، این مطالب با "*" مشخص شده‌اند.

مثال

نمونه‌های حل شده از تیپ‌های مشخص و کلی سوالات‌اند. یعنی در ابتدا سعی کرده‌ایم تا منظور درسنامه به صورت واضح در قالب یک مثال آورده شود و قدم به قدم و با یک راه‌حل منطقی و ساده به جواب نهایی رسیده باشیم.

تست تسلط

سوالات متعدد و متنوع از هر تیپ سوالی، در آخر فصل و پس از اتمام درسنامه در قالب سوالات پنج‌گزینه‌ای آورده شده‌اند. کلید این سوالات پس از آخرین سوال پنج‌گزینه‌ای در جدولی قابل مشاهده است.

در داخل متن و در پایان هر مبحث از فصل‌ها، عموماً با چهار تست روبرو می‌شوید (البته تعداد این تست‌ها وابسته به درجه‌ی اهمیت مباحث و تنوع سوالاتشان، ممکن است کم یا زیاد شود). این تست‌ها، غالب تیپ سوالات آزمون‌ها را تشکیل می‌دهند و سطح کمی نسبتاً بیشتری از مثال‌های حل شده را دارند. کلید این تست‌ها در پایان هر فصل و بلافاصله بعد از تست‌های آخر فصل آورده شده است. حتماً در حل این‌گونه تست‌ها، تلاش فراوان نمایید. در ابتدای تست‌های تسلط مربوط به هر کدام از مباحث، تست‌های الگو به عنوان الگوی حل تست‌های تسلط همراه با پاسخ‌های تشریحی مطرح شده‌اند.

موفقیت شما، آرزوی قلبی ماست.

تیم مولف ریاضی یوس‌کوئیز

نسخه

فصل اول

اعداد کسری، اعشاری

و متناوب

نسخه

1. BÖLÜM

KESİRLİ VE DEVİRLİ ONDALIK SAYILAR

اعداد صحیح:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد صحیح مثبت:

$$Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد صحیح منفی:

$$Z^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

نکته

صفر نه مثبت است نه منفی.

اعداد گویا:

هر عددی را که بتوان بصورت کسری نوشت، یک عدد گویا است. صورت و مخرج عدد گویا، تمام اعداد صحیح می تواند باشد به شرط آنکه مخرج آن کسر عدد صفر را اختیار نکند.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

برای مثال: $\frac{0}{1}$ ، $\frac{3}{3}$ ، $\frac{9}{25}$ اعداد گویا هستند.

برای درک بهتر این مجموعه با حالت های مختلف اعداد گویا آشنا می شویم.

✓ هر عدد حسابی یک عدد گویاست. کافی است عدد یک به مخرج تمام اعداد اضافه شود.

$$W = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

بنابراین اعداد حسابی زیر مجموعه اعداد گویا است:

$$W \subset Q$$

به نام او که از اندازه‌ی نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است.

۱-۱: معرفی اعداد حقیقی

اعداد حقیقی:

اعداد حقیقی به دو دسته‌ی اعداد گویا و اعداد گنگ دسته‌بندی می‌شود. به عبارت دیگر، اجتماع عددهای گویا و عددهای گنگ را، مجموعه اعداد حقیقی می‌نامند و آن را با نماد R نشان می‌دهند.

$$R = Q \cup Q'$$

* با مفهوم مجموعه‌ها، در فصل‌های آینده آشنا خواهیم شد. توضیحاتی که راجع به اعداد و انواع آن‌ها در این فصل ارائه می‌شود، فارغ از مفهوم مجموعه‌هاست و ابهامی در حل سوالات نخواهیم داشت.

اعداد طبیعی:

$$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد طبیعی مثبت:

$$N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

نکته

* در سیستم آموزش ریاضی در ایران، قضیه متفاوت است و به این صورت تعریف شده است که:

$$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد حسابی:

$$\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

اعداد طبیعی:

آن تا بی نهایت بار تکرار می شود، گویاست. اعداد $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ و e مثال هایی دیگر، از اعداد گنگ می باشند.

مطالعه آزاد

معرفی اعداد اول:

زیرمجموعه ای از اعداد طبیعی موجود می باشد که ویژگی خاصی دارد. اعضای این مجموعه اعدادی هستند که غیر از خودشان و یک، مقسوم علیه دیگری ندارند. این اعداد، اعداد اول نامیده می شوند. اعداد اول شامل $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots$ می باشند. تمامی اعداد دیگر را می توان به صورت مضربی از اعداد اول نوشت. تمامی اعداد اول به غیر از ۲، فرد هستند ولی هر عدد فردی اول نیست.

برای مثال، عدد 588 معادل $2^2 \times 3 \times 7^2$ می باشد.

✓ هر عدد طبیعی یک عدد گویاست. اگر صفر را به مجموعه اعداد حسابی اضافه کنیم مجموعه اعداد طبیعی بدست می آید.

$$N = \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

بنابراین اعداد طبیعی زیر مجموعه اعداد گویا است:

$$N \subset Q$$

✓ هر عدد صحیح یک عدد گویاست. کافی است عدد یک به مخرج تمام اعداد اضافه شود.

$$Z = \left\{ \dots, \frac{-3}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots \right\}$$

بنابراین اعداد صحیح، زیر مجموعه اعداد گویا است:

$$Z \subset Q$$

اعداد گنگ:

این سری اعداد، به تعداد بی نهایت قسمت اعشاری دارند که تکرار شونده نیستند، یعنی از الگوی خاصی برای تکرار شدن اعداد پیروی نمی کنند. برای مثال عدد پی (π) تا بیست رقم اعشار 3.14159265358979323846 می باشد، که اعداد اعشاری آن هیچ الگویی مشخصی برای تکرار شدن ندارد و همچنان مقدار دقیق عدد پی نیست. ارقام اعشاری آن بر خلاف کسر هایی مانند $\frac{1}{6} = 0.1666666666$ که ۶ تا بینهایت ادامه دارد و گویاست، تکرار شونده نیستند. یا عددی مانند $\frac{12}{37} = 0.324324324$ که در عدد ۳۲۴ تکرار می شود یا عدد $\frac{2}{7} = 0.285714285714$ که ۲۸۵۷۱۴ در

تست تسلط

تست الگو:

$$\frac{3}{28} + \frac{2}{7} - \frac{1}{14} = ?$$

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{9}{28}$ E) $\frac{3}{14}$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{3}{28} + \frac{2}{7} - \frac{1}{14} = \frac{3+2 \times 4 - 1 \times 2}{28} = \frac{9}{28}$$

1.

$$\frac{2}{36} + \frac{1}{6} - \frac{6}{12} + \frac{7}{36} = ?$$

- A) $\frac{3}{36}$ B) $-\frac{1}{12}$ C) $\frac{2}{36}$ D) $-\frac{1}{9}$ E) $-\frac{1}{9}$

2.

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{2} - 1 = ?$$

- A) $\frac{3}{14}$ B) $\frac{5}{14}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{7}$

3.

$$\frac{2}{10} + \frac{1}{6} - \frac{7}{20} = ?$$

- A) $\frac{1}{60}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $-\frac{1}{30}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $-\frac{1}{60}$

4.

$$\frac{18}{72} + \frac{16}{64} - \frac{17}{51} = ?$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{17}{72}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

مثال

$$\frac{5}{18} + \frac{7}{30} = ?$$

راه حل

$$[18, 30] = 90$$

$$90 \div 18 = 5, \quad 90 \div 30 = 3$$

$$\frac{5 \times 5}{90} + \frac{3 \times 7}{90} = \frac{25 + 21}{90} = \frac{46}{90}$$



یادآوری

در ریاضی فرآیند ((دور در دور - نزدیک در نزدیک)) داریم که این نکته می تواند در بسیاری از سوالات چاره ساز باشد.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{c}{d}$$

تست تسلط

تست الگو:

$$\frac{2}{3} \times \frac{11}{2} \div \frac{7}{3} = ?$$

- A) $\frac{11}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{7}{4}$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{2}{3} \times \frac{11}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{11}{3} \div \frac{7}{3} = \frac{11}{7}$$

5.

$$\frac{4}{9} \div \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8} = ?$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 1

6.

$$\frac{1024}{600} \div \frac{512}{200} \cdot \frac{1}{2} = ?$$

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{512}{500}$

ضرب و تقسیم:

در ضرب و تقسیم اعداد کسری ابتدا باید کسرها را تا حد امکان ساده کرد. در حالت کلی داریم:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

در ضرب دو عدد کسری پس از ساده کردن صورت را به صورت و مخرج را به مخرج ضرب می کنیم.

در تقسیم دو عدد کسری با معکوس کردن کسر دوم عملگر تقسیم به ضرب تبدیل می شود.

مجدداً تاکید می شود که در صورت وجود عملگرهای "x" و "÷" بین اعداد کسری، ابتدا باید ساده کردن کسرها را به پیش برد.

نکته

در سوالات ممکن است، عملگر تقسیم به سه شکل "÷"، " / " و " : " دیده شود.

مثال

$$\frac{5}{18} \cdot \frac{12}{10} = ?$$

راه حل

$$\frac{5}{18} \cdot \frac{12}{10} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{3}$$



مانده را در صورت و مقسوم علیه را در مخرج قرار دهیم یک کسر نامتعارف بدست می آید.



* تست های این بخش در قسمت بعدی به صورت ترکیبی بررسی می شوند.

۳-۱- تبدیل کسره‌های نامتعارف به کسره‌های عادی :

در گام بعدی در معرفی اعداد گویا، کسر نامتعارف معرفی می شود. این کسرها در شکل کلی $a\frac{b}{c}$ ظاهر می شوند. توجه شود که a در b ضرب نمی شود. در حالت کلی می توان نوشت:

$$a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c} = \frac{a.c + b}{c}$$

در واقع این شکل نمایشی کسرها، برای این منظور تعریف گردیده است که یک کسر بزرگتر از 1 را به یک عدد صحیح و یک عدد اعشاری تبدیل کند. (اعداد اعشاری کمی جلوتر بررسی می شوند).

در این صورت در عبارت $a + \frac{b}{c}$ ، " a " عدد قبل از ممیز و " $\frac{b}{c}$ " عدد بعد از ممیز است. (که " $\frac{b}{c}$ " کوچکتر از 1 است).

مثال

$$2\frac{3}{5} = ?$$

راه حل

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} &= 0.6 \Rightarrow 2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = 2 + 0.6 \\ \Rightarrow \frac{13}{5} &= 2\frac{3}{5} = 2.6\end{aligned}$$

در این مثال مشاهده می گردد که اگر عدد ۱۳ بر ۵ تقسیم شود، خارج قسمت برابر ۲، باقیماده برابر ۳ و مقسوم علیه برابر ۵ می شود. حال اگر خارج قسمت را عدد صحیح و باقی

تست تسلط

تست الگو:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{7} \div \frac{1}{7} = ?$$

- A) $\frac{9}{7}$ B) $\frac{76}{3}$ C) $\frac{3}{76}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{7}{4}$

پاسخ تشریحی:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{7} \div \frac{1}{7} = \frac{7}{3} + \frac{23}{7} \div \frac{1}{7} = \frac{7}{3} + 23 = \frac{7+69}{3} = \frac{76}{3}$$

7.

$$7 \cdot \frac{2}{10} + 3\frac{1}{6} = ?$$

- A) $\frac{135}{30}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{65}{60}$ D) $\frac{137}{30}$ E) $\frac{135}{60}$

8.

$$9 - 9 \times 8 \div 4 + 2^2 \times (-1)^5 - 1 = ?$$

- A) 0 B) -14 C) -68 D) -6 E) -13

ع-۱- اولویت عملگر های ریاضی:

در اینجا تقدم انجام اعمال اهمیت دارد. به طور کلی اولویت انجام اعمال به ترتیب زیر است:

۱ - محاسبه کروهه ها و پرانتزها از داخلی ترین آنها

۲ - توان یا رادیکال

۳ - ضرب یا تقسیم (بسیار نکته مهمی است که از چپ به راست محاسبات انجام گردند).

۴ - جمع یا تفریق (به ترتیب از چپ به راست)

نکته

اگر در صورت سوال، کسر نامتعارف دیده شد، باید آنرا به معادل عادی خود تبدیل کرد.

مثال

$$19 - 3(9 \times 2 - 2) \div 4 = ?$$

راه حل

$$19 - 3 \times 16 \div 4 = 19 - 48 \div 4 = 19 - 12 = 7$$

مثال

$$1\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} : \frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \frac{5}{7} = ?$$

راه حل

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} : \frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \frac{5}{7} &= \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3} : \frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \frac{5}{7} \\ &= \frac{4}{3} (2 - 1) \cdot \frac{5}{7} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{20}{21} \end{aligned}$$

۵-۱- کسر های مسلسل:

یادآوری

یکی از توانایی های که در این بخش به آن نیاز داریم ، توانایی حل معادلات درجه دوم می باشد. این معادلات به طور مفصل تر در فصل های بعدی بحث خواهد شد. این معادلات از دو طریق قابل حل می باشند:

۱ - اگر عبارت $(x+a)(x+b)$ را بسط دهیم، خواهیم داشت:

$$(x+a).(x+b) = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a+b)x + ab$$

پس اگر معادله ای بصورت $x^2 + mx + n$ داشته باشیم که بتوان m را در آن حاصل جمع دو عدد a و b دانست و همچنین n را حاصل ضرب آن دو عدد در نظر گرفت، می توان گفت که دو جواب این معادله درجه دو، برابر $-a$ و $-b$ خواهند بود.

۲ - روش عادی و کلی حل معادله درجه دو که از حالت بالا تبعیت نکنند به شکل زیر است:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بهتر است که شروع کارمان با کسرهای مسلسل مختوم باشد. برای حل اینگونه کسرها، از کوچکترین طبقه صورت و یا منخرج شروع به حل می کنیم:

9.

$$\frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3} - 1\right)}{\left(\frac{64}{81} \times \frac{9}{8}\right) \div \frac{4}{5}}$$

A) $\frac{-57}{40}$

B) $\frac{-101}{60}$

C) $\frac{3}{2}$

D) $-\frac{57}{80}$

E) $\frac{103}{60}$

10.

$$\frac{8}{16} + 4017 \frac{1}{3} - 4018 \frac{6}{9} + 4019 \frac{6}{18} = 4096$$

A) 4021 B) 4020 C) 4022 D) 4011 E) 4018

مثلا:

$$a + \frac{b}{a + \frac{b}{a + \frac{b}{\dots}}} = x$$

در این حالت با توجه به تکرار سری به تعداد بی نهایت، می‌توانیم سری تکرار شونده را یک متغیر در نظر بگیریم و معادله ای تشکیل دهیم.

مثال

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\dots}}} = ?$$

راه حل

فرض می‌کنیم پاسخ این کسر برابر x باشد.

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\dots}}} = x$$

اگر دقت کنید، متوجه می‌شوید که مخرج کسر مسلسل، برابر با کل عبارت است؛ چراکه بی نهایت بار تکرار می‌شوند. پس می‌توان جای هر دو x گذاشت. به این صورت:

$$3 + \frac{4}{x} = x$$

$$\frac{\times(x)}{x \neq 0} \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0 \rightarrow x = 4, x = -1$$

جواب x نمیتواند عددی منفی باشد، چراکه تمام المان‌های موجود در عبارات از جمله اعداد و تمام عملگرها، مثبت و افزایشی هستند. پس جواب نهایی برابر ۴ خواهد بود.



مثال

$$\frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{5 - \frac{1}{2 - \frac{3}{2}}}} = ?$$

راه حل

$$\frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{5 - \frac{1}{2 - \frac{3}{2}}}} = \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{5-2}}$$

$$= \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} + \frac{-3}{3}} = \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{2}{5} - 1}$$

$$= \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{\frac{-3}{5}} = \frac{-3}{5} \cdot (-10) = 6$$

مثال

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} = ?$$

راه حل

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{a-1}{a}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} = 1 - \frac{1}{\frac{-1}{a-1}}$$

$$= 1 - \frac{a-1}{-1} = 1 + a - 1 = a$$

اما منظور از کسرهای مسلسل نامختوم این است که صورت یا مخرج یکی از کسر ها عدد مشخصی نیست و حاصل جمع بی نهایت سری از اعداد است.

نکته

در مواردی که معادله به صورت $n + \frac{\dots}{n+1}$ داده شده باشد، حاصل نهایی برابر $n+1$ است.

* حفظ اینگونه مطالب چندان نیاز نیست. اما برای بهبودی سرعت عملتان می توانید این نکات را به ذهن بسپارید. بدیهی است که اثبات این دو نکته بسیار ساده است. حتما امتحان کنید.

تست تسلط

تست الگو:

$$2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{\dots}}} = ?$$

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

پاسخ تشریحی:

$$2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{2 + \frac{8}{\dots}}} = x \Rightarrow 2 + \frac{8}{x} = x$$

$$2x + 8 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 > 0 \\ x = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow x = 4$$

11.

$$2 + \frac{15}{2 + \frac{15}{2 + \frac{15}{\dots}}} = x$$

$$x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x = ?$$

- A) 7 B) 3 C) 5 D) 1 E) 2

12.

$$4 + \frac{4 + \frac{\dots}{6}}{4 + \frac{6}{4 + \frac{6}{6}}} = ?$$

- A) 4,8 B) 5 C) 4 D) 2,4 E) 1

13.

$$1 + \frac{1 + \frac{\dots}{2}}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{2}}} = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

به عنوان مثال هر یک از کسرهای $\frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{17}{20}, \frac{519}{200}, \frac{7}{2500}$

این ویژگی را دارا هستند.

برای تبدیل این کسرها به عدد اعشاری معادلشان دو راه وجود دارد (البته باید در ابتدا صورت و مخرج کسرها را تا حد امکان ساده کرد):

روش اول بسیار ساده است، صورت کسر را بر مخرجش تقسیم می کنیم.

در روش دوم صورت و مخرج کسر را در عددی ضرب می کنیم تا مخرج تبدیل به یکی از توان های ۱۰ شود. (یعنی مخرج به صورت اعدادی مثل $10, 100, 1000, 100000000, \dots$ باشد.)

* مبحث توان، در فصل های بعدی بحث می شود.

$$\frac{312}{600} = \frac{104}{200} = \frac{52}{100} = \frac{26}{50} = \frac{13}{25} \xrightarrow[\times(4)]{\times(4)} \frac{312}{600} = \frac{52}{100}$$

مثال

$$\frac{13}{16} = ?$$

راه حل

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 16} \\ \underline{\dots} \quad 0.8125 \\ \dots \\ 0 \end{array}$$



14.

$$2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{\dots}}} = 3 \Rightarrow x = ?$$

- A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 6

۱-۶- کسره های اعشاری

یک عدد اعشاری شکلی دیگر از نمایش اعداد است. یعنی عددی را که خواه گویا باشد و خواه گنگ، می شود به صورت عددی اعشاری نمایش داد. همانطور که پیش تر در مبحث مربوط به کسره های نامتعارف بحث شد، قبل از ممیز همان عدد صحیح می آید که بزرگتر و یا مساوی ۱ است و بعد از ممیز، عددی کوچکتر از یک که تشکیل ارقام اعشار را می دهند.

کسره های اعشاری، کسرهایی هستند که می توان آنها را به صورت یک عدد اعشاری نشان داد و عموماً در سه دسته زیر قابل بررسی اند:

۱-۶-۱- کسر اعشاری مختوم به صفر:

کسرهایی که پس از ساده کردن آنها، در مخرجشان تنها عامل ۲ یا ۵ یا هر دو دیده شود (به عبارتی دیگر، مخرج مضربی از ۲ یا ۵ یا ۱۰ باشد) در اینگونه کسرها، در تقسیم صورت بر مخرج، باقیمانده صفر می شود.

نکته

جمع و تفریق اعداد اعشاری مختوم کاملاً مشابه اعداد صحیح است.

مثال

$$1,235 + 0,567 = ?$$

(1)(1)

$$\begin{array}{r} 1,235 \\ + 0,567 \\ \hline 1,802 \end{array}$$



نکته

اعداد اعشاری حاصل از کسرهای مختوم را که تعداد ارقام بعد از ممیز در آنها متناهی است، می توان به راحتی تبدیل به کسر معادلشان کرد. در حالت کلی می توان گفت:

$$\overline{a,b} = \frac{\overline{ab}}{10} \quad \overline{ab,cd} = \frac{\overline{abcd}}{100} \quad \overline{a,bc\dots} = \frac{\overline{abc\dots}}{10^n}$$

* خط کشیده شده روی حروف نشان دهنده این است که هر یک از این حروف نماینده یک عدد است.

همانگونه که دیده می شود، توان ۱۰ در مخرج برابر تعداد ارقام اعشاری (ارقام بعد از ممیز) خواهد بود.

نکته

ضرب و تقسیم این دسته از اعداد اعشاری مانند اعداد صحیح است اما بهتر است برای ضرب، ابتدا ممیز را حذف کرده و حاصلضرب را بیابید و سپس با در نظر گرفتن جمع تعداد ارقام اعشاری اعداد، مکان ممیز را مشخص کنید. ولی در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه را در توانی از ۱۰ ضرب می کنیم تا بیشترین تعداد ارقام اعشار بین دو عدد از بین برود. حاصل تقسیم دو عدد بدست آمده با مقدار تقسیم دو عدد اولیه برابر خواهد بود. برای وضوح بیشتر به مثال های صفحه بعد توجه کنید:

مثال

$$25.5687 \times 8.45 = ?$$

راه حل

$$255687 \times 845 = 216055515$$

$$\longrightarrow 25.5687 \times 8.45 = 216.055515$$

همانطور که دیده می شود عدد ۲۵.۵۶۸۷ دارای چهار رقم اعشار و ۸.۴۵ دارای دو رقم اعشار است. پس حاصل ضربشان بایستی شش رقم اعشار داشته باشد.

مثال

$$29.088 \div 12.12 = ?$$

راه حل

$$29.088 \div 12.12 = \frac{29.088}{12.12} \xrightarrow{\frac{\times(1000)}{\times(1000)}} \frac{29.088}{12.12} = \frac{29088}{12120}$$

$$\frac{29088}{12120} = 2.4 \longrightarrow \frac{29.088}{12.12} = 2.4$$



17.

$$\frac{715}{1250} + \frac{\frac{5}{12}}{\frac{125}{60}} + \frac{7}{250} = ?$$

- A) 0,64 B) 4 C) 3,2 D) 1,6 E) 0,8

18.

$$\frac{0,028}{0,08} \cdot \frac{0,04}{0,004} = ?$$

- A) 3,5 B) 0,35 C) 1,4 D) 14 E) 0,7

۱-۶-۲- کسر اعشاری متناوب ساده:

کسرهایی که پس از ساده شدن در مخرج خود، نه عامل ۲ داشته باشند و نه عامل ۵ (مخرج نه مضرب ۲ باشد و نه مضرب ۵). در این شرایط باقیماده تقسیم صورت بر مخرج هیچگاه صفر نمی شود و در خارج قسمت نیز ارقام تکراری به وجود می آید.

به عنوان مثال هر یک از کسرهایی $\frac{25}{65}, \frac{9}{11}, \frac{1}{3}, \frac{26}{42}, \frac{13}{7}$ همگی این ویژگی را دارا هستند.

$$\frac{14}{21} = \frac{2}{3} = 0,6666... = 0,\bar{6}$$

تذکر:

علامت (-) که روی ارقام دیده می شود، نشان دهنده تکرار آن رقم در خارج قسمت حاصل شده است. آن رقم یا ارقامی را که به طور مرتب در حال تکرار شدن هستند، دوره گردش

تذکر:

می دانیم که:

$$0,1 = 0,10 = 0,100$$

$$1,23 = 1,230 = 1,2300$$

تست تسلط

تست الگو:

$$\frac{0,0027}{0,03} \div 0,15 \times 0,03 = ?$$

- A) 0,18 B) 0,018 C) 0,015 D) 0,09 E) 0,9

پاسخ تشریحی:

$$\frac{0,0027}{0,03} \div 0,15 \times 0,03 = 0,09 \div 0,0045 = 0,018$$

15.

$$(7,26 + 2,74) \times 3,3 = ?$$

- A) 9,9 B) 0,33 C) 270 D) 99 E) 33

16.

$$\frac{2,56}{0,8} + \frac{0,072}{0,0012} \div \frac{6}{0,6} = ?$$

- A) 38 B) 0,92 C) 6,32 D) 0,382 E) 9,2

روش دوم:

$$A = 3.\overline{15} \Rightarrow 100A = 315.\overline{15}$$

$$100A - A = 315.\overline{15} - 3.\overline{15} \Rightarrow 99A = 312$$

$$\Rightarrow A = \frac{312}{99} = \frac{104}{33}$$

$$\Rightarrow 1 - 5 - 2 : 3.\overline{15} = -4 - 2 : \frac{104}{33} = -4 - \frac{66}{104} = -\frac{241}{52}$$

در این مثال، ۱۵ به عنوان دوره گردش، دو رقمی بود پس عدد در 10^2 ضرب شد.



نکته

اگر رقم تکرار شونده ۹ باشد، با تقریب خوبی، معادل رند نزدیک به آن را قرار می دهیم:

مثال

$$7.\overline{49} = 7.5$$

تست تسلط

تست الگو:

$$7.\overline{29} = ?$$

A) $\frac{729}{999}$ B) $\frac{722}{999}$ C) $\frac{725}{99}$ D) $\frac{729}{99}$ E) $\frac{722}{99}$

پاسخ تشریحی:

$$7.\overline{29} = 7 + 0.\overline{29} = 7 + \frac{29}{99} = \frac{722}{99}$$

آن عدد اعشاری متناوب ساده می نامند. مثلاً در مثال بالا، دوره گردش ۶ است.

برای تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده به کسر مربوطه از این قاعده ها استفاده می کنیم:

روش اول:

کسر مورد انتظار = عدد صحیح + $\frac{\text{دوره گردش}}{\text{به تعداد دوره گردش عدد 9 می نویسیم}}$

روش دوم:

فرض بر این باشد که تعداد رقم دوره گردش برابر n است. عدد اعشاری مورد نظر را در 10^n ضرب می کنیم و اختلاف آن دو عدد را بدست می آوریم. به مثال زیر توجه کنید.

مثال

$$1 - 5 - 2 : 3.\overline{15} = ?$$

راه حل

روش اول:

$$3.\overline{15} = 3 + \frac{15}{99} = \frac{104}{33}$$

$$\Rightarrow 1 - 5 - 2 : 3.\overline{15} = -4 - 2 : \frac{104}{33} = -4 - \frac{66}{104} = -\frac{241}{52}$$

۱-۶-۳- کسر اعشاری متناوب مرکب:

چنانچه کسر پس از تجزیه کردن به عامل های اول عامل های ۲ و ۵ و سایر عوامل اول وجود داشته باشد در این صورت خارج قسمت بعد از ممیز غیر از ارقام دوره گردش ارقام دیگری قبل از دوره گردش وجود دارد که تکراری نمی شوند و باقیمانده هرگز صفر نخواهد شد. این عدد را عدد اعشاری

متناوب مرکب نامند. مانند $\frac{3}{14}$

نمایش اعشاری اینگونه کسر ها بدین گونه است که بعد از ممیز، به ترتیب تعدادی دوره غیرگردش و سپس دوره گردش داریم. مثل عدد $0.\overline{621}$

برای تبدیل اعداد اعشاری متناوب مرکب به کسر های گویا از رابطه زیر استفاده می کنیم:

اگر n تعداد ارقام دوره گردش و m تعداد ارقام دوره غیر گردش باشد:

$$\text{عدد صحیح} = \frac{\text{دوره غیر گردش} - \text{دوره گردش و غیر گردش}}{\text{عدد مورد انتظار}}$$

$$\frac{9\dots90\dots0}{n \quad m}$$

با توجه به مثال زیر بهتر حق مطلب ادا می شود:

مثال

$$3.4\overline{15} = ?$$

راه حل

روش اول:

$$3.4\overline{15} = 3 + \frac{415 - 41}{900} = \frac{374}{900}$$

19.

$$14.\overline{36} = ?$$

- A) $\frac{14}{99}$ B) $14\frac{4}{11}$ C) $\frac{11}{155}$ D) $14\frac{8}{11}$ E) $\frac{155}{99}$

20.

$$0,245245245\dots = ?$$

- A) $\frac{999}{245}$ B) $\frac{245}{999}$ C) $1\frac{245}{999}$ D) $\frac{82}{333}$ E) $\frac{333}{81}$

21.

$$37,\overline{783} + 21,\overline{216} = ?$$

- A) 58 B) 58,5 C) 59 D) 57 E) 60

22.

$$\frac{6.\overline{6} + 2.\overline{2} + 1.\overline{1}}{3.\overline{3}} = ?$$

- A) 3 B) 3,3 C) $3.\overline{3}$ D) 2 E) $3.\overline{6}$

تست تسلط

تست الگو:

$$7.5\bar{6} + 2.1\bar{23} = ?$$

A) $\frac{9653}{990}$ B) $\frac{9465}{990}$ C) $\frac{9593}{990}$ D) $\frac{9632}{990}$ E) $\frac{9722}{990}$

پاسخ تشریحی:

$$7.5\bar{6} = 7 + 0.5\bar{6} = 7 + \frac{56-5}{90} = 7 + \frac{51}{90}$$

$$2.1\bar{23} = 2 + 0.1\bar{23} = 2 + \frac{123-1}{990} = 2 + \frac{122}{990}$$

$$\Rightarrow 9 + \frac{51}{90} + \frac{122}{990} = 9 + \frac{51 \times 11 + 122}{990} = 9 + \frac{683}{990}$$

$$\Rightarrow \frac{990 \times 9 + 683}{990} = \frac{9593}{990}$$

$$A = 3.4\bar{15} \Rightarrow 100A = 341.\bar{5}$$

$$\Rightarrow 10(100A) = 3415.\bar{5}$$

$$1000A - 100A = 3415.\bar{5} - 341.\bar{5}$$

$$\Rightarrow 900A = 374 \Rightarrow A = \frac{374}{900}$$

روش دوم:

تذکر:

در روش دوم، ابتدا دوره غیر گردش و سپس دوره گردش را از ممیز خارج می کنیم.



23.

$$2.5\bar{90} = ?$$

A) $\frac{22}{57}$ B) $\frac{27}{11}$ C) $\frac{57}{22}$ D) $\frac{285}{110}$ E) $\frac{2590}{900}$

24.

$$\frac{0.2\bar{6} + 3.2\bar{2}}{1.0\bar{4}} = ?$$

A) $\frac{315}{94}$ B) $\frac{47}{157}$ C) $\frac{157}{47}$ D) $\frac{314}{90}$ E) $\frac{157}{900}$

25.

$$\frac{0.\bar{6} + 0.\bar{2} + 0.\bar{4}}{0.\bar{9} + 0.\bar{3} - 0.\bar{6}} = ?$$

A) -2 B) 9 C) -9 D) 2 E) 12

۱-۷- مقایسه اعداد گویا:

در برخی سوالات، نیازمند این خواهیم بود که بتوانیم اعداد گویا را از نظر بزرگی و کوچکی با یکدیگر مقایسه نماییم. ابتدا به بررسی چند حالت خاص در بررسی اعداد گویا می پردازیم:

• می دانیم که اعداد کسری مثبت بزرگتر از "صفر" اند و "صفر" بزرگتر از اعداد کسری منفی است.

• **مخرج ها برابر باشند:** در شرایطی که کسرها مثبت باشند، در این صورت کسری که دارای کوچکترین مقدار صورت است، از همگی کوچکتر است و به همین روال ادامه می یابد:

$$\frac{2}{5} < \frac{11}{5} < \frac{13}{5}$$

• **صورت ها برابر باشند:** در شرایطی که کسرها مثبت باشند، در این صورت، برعکس حالت قبل کسری که دارای کمترین مخرج است، بزرگتر است:

$$\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$$

• اگر اختلاف بین صورت و مخرج بین کسرها یکسان باشد و همگی کسرها مثبت باشند، دو حالت پیش می آید:

۱- در صورتی که کسرها کوچکتر از یک باشند، کسر دارای صورت بیشتر دارای مقدار بزرگتری است.

۲- در صورتی که کسرها از یک بزرگتر باشند، کسر دارای صورت کمتر دارای مقدار بزرگتری است.

$$\frac{31}{26} > \frac{36}{31} > \frac{59}{54}$$

26.

$$0.\overline{6} + 0.2\overline{1} = ?$$

A) $0.2\overline{7}$ B) $0.8\overline{7}$ C) $0.62\overline{1}$ D) $0.8\overline{7}$ E) 0.9

مثال

$$a = \frac{11}{12} \quad b = \frac{5}{6} \quad c = \frac{4}{7}$$

در مقایسه می بینیم که:

$$66 > 60 \Rightarrow a > b$$

$$77 > 48 \Rightarrow a > c$$

$$35 > 24 \Rightarrow b > c$$

$$\Rightarrow a > b > c$$

نکته

اگر مقایسه مربوط به اعداد اعشاری متناوب باشد، عموماً تبدیل آنها به کسر معادلشان لازم نیست و تنها با کمی دقت می توان مقایسه را انجام داد:

مثال

$$6,\overline{78} > 6,78 > 6,779 > 6,\overline{5}$$

اثبات این موضوع بسیار ساده است. به این صورت که کسرها را به صورت کسرهایی نامتعارف نوشته و آنها را با یکدیگر مقایسه کنید (در بررسی کسرهایی کوچکتر از یک، به جای عملگر (+)، عملگر (-) خواهد نشست):

$$\Rightarrow 1 + \frac{5}{26} > 1 + \frac{5}{31} > 1 + \frac{5}{54}$$

تذکر:

در سه حالت قبل، اگر کسرها منفی باشند، ابتدا حالت مثبت آنها را مقایسه کرده و سپس علامت (> یا <) را برعکس می کنیم.

تذکر:

حالات خاص دیگری وجود دارد که برای جلوگیری از اشتباه احتمالی، درمباحث آتی برای همگی آنها یک راه حل کلی ارائه خواهیم داد.

طرفین - وسطین به عنوان یک راه حل کلی:

در این روش، کسرها را دو به دو مقایسه می کنیم. به این صورت که صورت کسر اول را در مخرج کسر دوم ضرب کرده و عدد حاصل را به عنوان نماینده برای کسر اول در نظر می گیریم و به همین ترتیب، حاصلضرب صورت کسر دوم در مخرج کسر اول را به عنوان نماینده برای کسر دوم اختیار می کنیم و آن دو را با یکدیگر مقایسه می کنیم.

تست تسلط

نکته

تست الگو:

$$a = \frac{3}{5}, b = \frac{5}{8}, c = \frac{7}{12}$$

⇒ a, b, c için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $c < b < a$
 D) $c < a < b$ E) $b < a < c$

پاسخ تشریحی:

$$a = \frac{3}{5}, b = \frac{5}{8}, c = \frac{7}{12}$$

$$a = \frac{72}{120}, b = \frac{75}{120}, c = \frac{70}{120}$$

$$\Rightarrow c < a < b$$

در بررسی اعداد کسری تواندار ابتدا تعیین می کنیم که آیا عدد کسری، بزرگتر از یک است یا کوچکتر از یک. برای اعداد کسری کوچکتر از یک، هر چقدر که توان بزرگتر باشد، حاصل آن کسر کوچکتر خواهد بود.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 > \left(\frac{1}{5}\right)^5 > \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

اما اگر عدد کسری بزرگتر از یک باشد، برعکس این قضیه اتفاق می افتد:

$$\left(\frac{6}{5}\right)^4 < \left(\frac{6}{5}\right)^5 < \left(\frac{6}{5}\right)^6$$

تذکر:

در اعداد کسری منفی دقت شود که اگر توان زوج باشد، منفی از بین می رود و صورت مثبت کسرهای تواندار را با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد. اما اگر توان منفی باشد، تمام قواعد بالا را با برعکس کردن علائم مقایسه (< یا >) پیروی خواهیم کرد.

27.

$$a = -\frac{2}{5}, b = -\frac{1}{5}, c = -\frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $b > a > c$ B) $a > b > c$ C) $b > c > a$
 D) $c > b > a$ E) $c > a > b$

28.

$$a = \frac{1999}{2000}, b = \frac{2999}{3000}, c = \frac{3999}{4000}$$

$$\Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $c < a < b$ B) $a < b < c$ C) $a < c < b$
 D) $b < c < a$ E) $c < b < a$

۱-۸- نوشتن یک یا چند عدد بین دو کسر:

حالت اول: با دانستن اینکه $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ، می توان با جمع صورت ها باهم و نیز جمع مخرج ها با یکدیگر، یک کسر جدید ساخت که بین این دو کسر باشند:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

مثال

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{7} \rightarrow \frac{2}{5} < \frac{6}{12} < \frac{4}{7} \rightarrow \frac{2}{5} < \frac{8}{17} < \frac{6}{12} < \frac{10}{19} < \frac{4}{7}$$

حالت دوم: می توانیم دو کسر را هم صورت و یا هم مخرج کنیم.

مثلاً اگر بخواهیم بین دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ چهار عدد بنویسیم، ابتدا مخرج هر دو را برابر می کنیم که در نتیجه دو کسر $\frac{8}{12}$ و $\frac{9}{12}$ را خواهیم داشت. اما نمی توان بین این دو، عددی نوشت که مخرجش ۱۲ و صورتش عددی صحیح باشد پس مخرج و صورت را در عددی بزرگتر ضرب می کنیم:

مثال

$$\left(\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{48}{72}\right) < \left(\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{54}{72}\right)$$

$$\rightarrow \frac{48}{72} < \frac{49}{72} < \frac{50}{72} < \frac{51}{72} < \frac{53}{72} < \frac{54}{72}$$



29.

$$c < 0 < a < b \rightarrow \begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y = \frac{a}{b} \\ z = \frac{b}{a} \end{cases}$$

$\Rightarrow ? > ? > ?$

- A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $z < y < x$
 D) $y < z < x$ E) $x < z < y$

30.

$$x \in Z^- \rightarrow \begin{cases} a = 1.2x \\ b = 12x \\ c = 0.12x \end{cases}$$

$\Rightarrow ? > ? > ?$

- A) $a > b > c$ B) $b > c > a$ C) $c > b > a$
 D) $a > c > b$ E) $c > a > b$

تیپ دو :

$$x \in Z^-, (x) \times (1, 24) \in Z^-$$

$$\Rightarrow \max(x) = ?$$

راه حل

$$1, 24 = 1 + \frac{24-2}{90} = 1 + \frac{11}{45} \rightarrow \max(x) = -45$$

تیپ سه :

$$A = \frac{5}{19 \times 23} + \frac{5}{23 \times 27} + \frac{5}{27 \times 31} + \dots + \frac{5}{129 \times 133} = ?$$

راه حل

$$A = \left(\frac{5 \times \frac{4}{5}}{19 \times 23} + \frac{5 \times \frac{4}{5}}{23 \times 27} + \frac{5 \times \frac{4}{5}}{27 \times 31} + \dots + \frac{5 \times \frac{4}{5}}{129 \times 133} \right) \times \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow A = \left(\frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27} + \frac{4}{27 \times 31} + \dots + \frac{4}{129 \times 133} \right) \times \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow A = \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{27} + \frac{1}{27} - \frac{1}{31} + \dots + \frac{1}{129} - \frac{1}{133} \right) \times \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow A = \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{133} \right) \times \frac{5}{4} = \left(\frac{7}{133} - \frac{1}{133} \right) \times \frac{5}{4} = \frac{15}{266}$$

توضیح برای تیپ سه :

این تیپ از سوال به کسرهای تلسکوپی معروف اند. اگر در کسر $\frac{a}{b \times c}$ ، رابطه $a = c - b$ برقرار باشد، نگاه:

$$\frac{a}{b \times c} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

در سوال قبل، اختلاف دو عدد در مخرج برابر ۴ ام صورت برابر ۵ بود. پس ابتدا صورت را با ضرب در $\frac{4}{5}$ تبدیل به ۴ کردیم و در نهایت بر این مقدار تقسیم کردیم که در جواب نهایی تاثیر نداشته باشد.

تیپ خاص سوالات

* در این قسمت که در پایان هر فصل مطالعه خواهید کرد، تیپ بندی های خاص و پرتکرار سوالات که اکثراً به صورت ترکیبی از مباحث گفته شده در فصل است، در قالب یک یا چند مثال حل شده بررسی می شوند و سوالات پنج گزینه ای مربوط به این بخش در آزمون های انتهایی فصل آورده خواهند شد.

تیپ یک :

$$\frac{11}{5} + \frac{13}{6} + \frac{15}{7} = x$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{7} = ?$$

راه حل

$$2\left(\frac{11}{5}\right) - \left(\frac{2}{5}\right) = 4 \quad (1)$$

$$2\left(\frac{13}{6}\right) - \left(\frac{2}{6}\right) = 4 \quad (2)$$

$$2\left(\frac{15}{7}\right) - \left(\frac{3}{7}\right) = 4 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)+(3)} 2\left(\frac{11}{5} + \frac{13}{6} + \frac{15}{7}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{7}\right) =$$

$$12 \rightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{7} = 2x - 12$$

توضیح برای تیپ یک :

این نوع سوال گونه ای از بازی ریاضی است. عموماً در این نوع سوال ها بایستی، X که داده مسئله است در عددی مثبت یا منفی ضرب شده و سپس با عددی صحیح جمع و یا از آن تفریق شود. البته به خاطر داشته باشیم که در سوالات پنج گزینه ای آزمون ها که مشابه این سوال خواهند بود، به خاطر سرعت عمل بیشتر باید از گزینه ها ایده گرفت.

تیپ چهار :

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) = ?$$

راه حل

$$A = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n-1}{n}\right) = \frac{1}{n}$$

تیپ پنج:

$$0.\overline{a} + 0.\overline{a2} = \frac{28}{45}$$

$$\Rightarrow a = ?$$

راه حل

$$0.\overline{a} + 0.\overline{a2} = \frac{28}{45} \Rightarrow \frac{a}{10} + \frac{\overline{a2} - a}{90} = \frac{28}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{8a + \overline{a2}}{90} = \frac{28}{45} = \frac{56}{90} \Rightarrow 8a + \overline{a2} = 56$$

$$\overline{a2} = 10a + 2 \Rightarrow 8a + 10a + 2 = 56 \Rightarrow 18a + 2 = 56$$

$$\Rightarrow 18a = 54 \Rightarrow a = 3$$

توضیح برای تیپ پنج :

برای حل این تیپ سوالات ، باید ابتدا اعداد اعشاری داده شده را با فرمول گفته شده به کسر تبدیل کرد و سپس بقیه محاسبات را انجام داد.

در ضمن باید در اینگونه مسائل توجه داشته باشیم که:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

سوالات فصل اول (اعداد گویا و اعشاری)

سوالات نمونه فصل

* پاسخ تشریحی این سوالات در ادامه فصل، نوشته شده اند.

1.

$$\frac{3 - \frac{3}{4} - 4}{2 - \frac{3}{4}} = ?$$

- A) $\frac{1}{8}$ B) -3 C) $-\frac{4}{3}$ D) -20 E) -7

MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ - 2017

2.

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{5} = ?$$

- A) 6,75 B) 7,05 C) 7,35 D) 7,65 E) 7,95

KARABÜK ÜNİVERSİTESİ - 2017

3.

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) = ?$$

- A) $-1\frac{1}{5}$ B) $-1\frac{1}{10}$ C) $1\frac{1}{10}$
D) $1\frac{1}{5}$ E) $1\frac{1}{4}$

T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ - 2013

4.

$$\left(2 + \frac{3}{8}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) = ?$$

- A) $4\frac{3}{4}$ B) $4\frac{1}{4}$ C) $3\frac{1}{3}$
D) $3\frac{1}{4}$ E) $2\frac{1}{3}$

T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ - 2013

5.

$$0,0003 - \frac{0,001}{2} = ?$$

- A) 0,4998 B) 0,4989 C) 0,002
D) -0,002 E) -0,0002

YILDIZ TEKNI ÜNİVERSİTESİ - 2017

6.

$$\frac{99999999}{9999} + \frac{3333}{33} = ?$$

- A) 10001 B) 10102 C) 10100
D) 11012 E) 10210

YILDIZ TEKNI ÜNİVERSİTESİ - 2013

7.

$$a = 0,7 \Rightarrow \sqrt{a} = ?$$

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ - 2016

* توضیحات موجود در پاسخ تشریحی، مطالعه شود.

8.

$$\frac{\left(2011 + \frac{1}{2}\right) - \left(2009 - \frac{1}{3}\right)}{\left(2007 + \frac{1}{3}\right) - \left(2005 - \frac{1}{2}\right)} = ?$$

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2014

9.

$$a = 3,4\bar{5}$$

$$b = (3 - a) \frac{5}{41}$$

$$b = ?$$

A) $-\frac{1}{2}$

B) $-\frac{1}{18}$

C) $-\frac{1}{41}$

D) $\frac{1}{18}$

E) $\frac{1}{12}$

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2018

10.

$$3 + 2[(-5 + 2) - (-7 + 3)] - 4 = ?$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2012

11.

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}} = ?$$

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ – 2012

12.

$$100\frac{1}{4} - 200\frac{1}{3} + 101\frac{1}{12} = ?$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ – 2017

پاسخ تشریحی سوالات نمونه فصل

1.

« گزینه E »

$$\frac{3 - \frac{3}{4} - 4}{\frac{2 - \frac{3}{4}}{5}} = \frac{\frac{3.4}{4} - \frac{3}{4} - \frac{4.4}{4}}{\frac{2.4}{4} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{-7}{4}}{\frac{\frac{4}{4}}{4}} = \frac{-7}{4} = -\frac{7}{4} = -7$$

2.

« گزینه D »

$$\frac{3}{2} + \frac{\frac{3}{4}}{5} = \frac{15}{5} + \frac{3}{20} = \frac{15.5}{2.5} + \frac{3.5}{20.5} = \frac{75}{10} + \frac{15}{100} = 7.5 + 0.15 = 7.65$$

3.

« گزینه B »

$$\frac{3}{4} + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3.5 + (2.4 - 1.10) - (3.10 + 1.5)}{20} = \frac{-22}{20} = -\frac{11}{10} = -1 - \frac{1}{10} = -1\frac{1}{10}$$

4.

« گزینه A »

$$\left(2 + \frac{3}{8} \right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) = \left(\frac{2.8 + 3}{8} \right) \div \left(\frac{2.2 - 1}{6} \right) = \left(\frac{19}{8} \right) \div \left(\frac{3}{6} \right) = \frac{19}{8} \times (2) = \frac{19}{4} = \frac{4.4 + 3}{4} = \frac{4.4}{4} + \frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} = 4\frac{3}{4}$$

5.

« گزینه E »

$$0,0003 - \frac{0,001}{2} = 0,0003 - 0,0005 = -0,0002$$

6.

« گزینه B »

$$\frac{99999999}{9999} + \frac{3333}{33} = \frac{9999 \cdot 10000 + 9999}{9999} + \frac{33 \cdot 100 + 33}{33} = 10000 + 1 + (100 + 1) = 10102$$

7.

« گزینه E »

$$a = 0,\bar{7} \Rightarrow a = \frac{7}{9} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

* هنوز مطالب مربوط به رادیکال بحث نشده است. در فصل های آینده، این فصل به تفصیل توضیح داده خواهد شد.

8.

گزینه C

$$\frac{\left(2011 + \frac{1}{2}\right) - \left(2009 - \frac{1}{3}\right)}{\left(2007 + \frac{1}{3}\right) - \left(2005 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{(2011 - 2009) + \left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)}{(2007 - 2005) + \left(\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)}$$

$$2 + \frac{3+2}{6} = 1$$

$$2 + \frac{2+3}{6}$$

9.

گزینه B

$$a = 3,4\bar{5} = 3 + \frac{45-4}{90} = 3 + \frac{41}{90}$$

$$b = (3-a) \cdot \frac{5}{41} \Rightarrow b = \frac{-41}{90} \cdot \frac{5}{41}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{5}{90} = -\frac{1}{18}$$

10.

گزینه B

11.

گزینه A

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}} = X$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{X} = X \xrightarrow{\times(X)} 2X - 1 = X^2$$

$$\Rightarrow X^2 - 2X + 1 = 0 \Rightarrow (X - 1)^2 = 0 \Rightarrow X = 1$$

12.

گزینه A

$$100 \frac{1}{4} - 200 \frac{1}{3} + 101 \frac{1}{12} =$$

$$(100 - 200 + 101) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) =$$

$$1 + \frac{1 \cdot 3 - 1 \cdot 4 + 1}{12} = 1$$

سوالات آخر فصل اول

1.

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{6} = ?$$

- A) 1 B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

2.

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = ?$$

- A) $\frac{-1}{20}$ B) $\frac{-1}{10}$ C) 0
D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{5}$

3.

$$a + \frac{2}{b} = \frac{17}{5} \Rightarrow a + b = ?$$

- A) 5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

4.

$$243\frac{15}{11} - 241\frac{4}{11} = ?$$

- A) $\frac{18}{11}$ B) 2 C) 3 D) $\frac{32}{11}$ E) $\frac{35}{11}$

5.

$$\left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = ?$$

- A) $\frac{-3}{5}$ B) $\frac{-4}{5}$ C) -1
D) $-\frac{6}{5}$ E) $-\frac{7}{5}$

6.

$$A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{7}\right)$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right)$$

$$\rightarrow A \cdot B = ?$$

- A) 1 B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{8}{7}$
D) $\frac{15}{7}$ E) 3

7.

$$\frac{1}{2} : 3 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

8.

$$13 : \left(\frac{2}{\frac{4}{5}} + \frac{9}{\frac{2}{6}}\right) = ?$$

- A) $\frac{13}{2}$ B) 4 C) $\frac{13}{5}$ D) [2 E) $\frac{13}{7}$

9.

$$a = \frac{5}{7}, b = \frac{5}{8}, c = \frac{5}{9} \Rightarrow ? < ? < ?$$

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$
 C) $b < a < c$ D) $b < c < a$
 E) $c < b < a$

10.

$$a = \frac{3}{10}, b = \frac{13}{100}, c = \frac{153}{1000} \Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $b > c > a$ B) $c > a > b$
 C) $c > b > a$ D) $a > b > c$
 E) $a > c > b$

11.

Hangisi $\frac{2}{5}$ ve $\frac{7}{5}$ arasındadır?

Which one is between the numbers $\frac{2}{5}$ and $\frac{7}{5}$?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{8}{10}$ D) $\frac{16}{10}$ E) $\frac{27}{15}$

12.

$$A = \frac{7}{9} + \frac{12}{19} \Rightarrow \frac{11}{9} + \frac{7}{19} = ?$$

- A) $A-3$ B) $A-2$ C) $3-A$ D) $2-A$ E) $1-A$

13.

$$a = \frac{29}{27}, b = \frac{15}{13}, c = \frac{53}{51} \Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $b > c > a$ B) $b > a > c$
 C) $a > b > c$ D) $c > b > a$
 E) $a > c > b$

14.

$$a = \frac{1}{9}, b = \frac{1}{5}, c = \frac{1}{8} \Rightarrow ? < ? < ?$$

- A) $b < c < a$ B) $c < a < b$
 C) $a < c < b$ D) $c < b < a$
 E) $a < b < c$

15.

$$1 + \frac{6}{1 + \frac{6}{1 + \frac{6}{\ddots}}} = ?$$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

16.

$$A = \frac{3}{7} + \frac{9}{17} + \frac{5}{24} \Rightarrow \frac{4}{7} + \frac{8}{17} + \frac{19}{24} = ?$$

- A) $A-3$ B) $3-3A$ C) $3A-1$ D) $A+3$ E) $3-A$

17.

$$\frac{3,14 + 4,86}{0,4} = ?$$

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 30 E) 40

18.

$$\left. \begin{array}{l} x = 1,2\bar{9} \\ y = 0,2\bar{9} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x+y}{x-y} = ?$$

- A) 2,2 B) 1,6 C) 1,2 D) 0,6 E) 0,4

19.

$$\frac{0,7\bar{7} - 0,5\bar{5} + 0,4\bar{4}}{0,3\bar{3} + 0,6\bar{6} - 0,7\bar{7}} = ?$$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

20.

$$\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{50}\right)}{\frac{1}{a}} = \frac{1}{25} \Rightarrow a = ?$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

21.

$$\frac{12}{13} + \frac{13}{14} + \frac{14}{15} = M \Rightarrow \frac{25}{26} + \frac{27}{28} + \frac{29}{30} = ?$$

- A) $\frac{M}{2}$ B) $2M+1$ C) $\frac{M+3}{2}$ D) $\frac{M-1}{2}$ E) $\frac{3M}{2}$

22.

$$\frac{1}{4} \left(\frac{4}{11} - \frac{1}{33} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{33}{11} - \frac{1}{4} \right) = ?$$

- A) 0 B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{4}{11}$ D) 1 E) 3

23.

$$\left. \begin{array}{l} a = -3,175\bar{2} \\ b = -3,175\bar{2} \\ c = -3,175\bar{2} \end{array} \right\} \Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $a > b > c$ B) $a > c > b$ C) $c > a > b$
D) $b > c > a$ E) $c > b > a$

24.

$$\frac{135,7}{1,357} + \frac{0,1357}{0,001357} = ?$$

- A) 200 B) 300 C) 400 D) 500 E) 600

25.

$$\frac{221\frac{111}{123} - 201\frac{37}{41}}{18\frac{47}{58} - 3\frac{141}{174}} = ?$$

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

26.

$$4 + \frac{5}{4 + \frac{5}{4 + \frac{5}{\ddots}}} : 2 - \frac{2 + \frac{2 + \frac{2 + \frac{2}{3}}{3}}{3}}{3} = ?$$

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

27.

$$\frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15} + \frac{1}{15 \times 16} + \dots + \frac{1}{64 \times 65} = ?$$

- A) 0 B) $\frac{4}{65}$ C) $\frac{1}{13}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{1}{40}$

28.

$$0,\bar{5} + 0,0\bar{5} + 0,00\bar{5} + \dots + 0,0\dots0\bar{5} = \frac{5555555}{9000000} \Rightarrow n = ?$$

n zeros

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

29.

$$\frac{2007\frac{8}{15} - 2001\frac{2}{15}}{5\frac{1}{3} - 3\frac{1}{5}} = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

30.

$$\left. \begin{array}{l} a = 27,8413 \\ b = 35,0234 \\ c = 8,1352 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b + c = ?$$

- A) 60 B) 61 C) 71 D) 72 E) 73

.31

$$1 - \frac{1 - \frac{x}{2}}{2} = 1$$

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

.32

$$\frac{5,1}{0,017} + \frac{0,09}{0,003} + \frac{1}{0,1} = ?$$

- A) 610 B) 601 C) 340
D) 331 E) 304

33.

$$0,5\overline{16} = ?$$

- A) $\frac{511}{999}$ B) $\frac{516}{990}$ C) $\frac{516}{900}$
 D) $\frac{516}{999}$ E) $\frac{511}{990}$

34.

$$a = \frac{10}{11} \quad b = \frac{100}{111} \quad c = \frac{1000}{1111}$$

$$\Rightarrow ? < ? < ?$$

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$
 D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

35.

$$a = \frac{11}{10} \quad b = \frac{101}{100} \quad c = \frac{1001}{1000}$$

$$\Rightarrow ? > ? > ?$$

- A) $c > a > b$ B) $b > a > c$ C) $b > a > c$
 D) $c > b > a$ E) $a > b > c$

36.

$$\left. \begin{array}{l} a, b, c, d \in \mathbb{R} \\ a < 0 < b < c < d \end{array} \right\}$$

Which one is negative?
 Hangisi negative dir?

- A) $a \cdot (b-d)$ B) $(d-c) \cdot (b-a)$ C) $(a-b) \cdot (a-d)$
 D) $b+c+d-a$ E) $a \cdot b+a$

37.

$$\begin{cases} a, b, c \in \mathbb{Z}^- \\ 12 \cdot a \cdot b = 30 \cdot b \cdot c = 18 \cdot a \cdot c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a+b+c) = ?$$

- A) -5 B) -7 C) -10 D) -12 E) -15

38.

$$4 + 6 : 2 - 4 \cdot 3 + 1 = ?$$

- A) -4 B) -3 C) -1 D) 3 E) 4

39.

$$x \neq 3$$

$$L, \Rightarrow \frac{x-3(x-2)}{x-3} = ?$$

- A) $x-1$ B) $x-2$ C) $x+1$
 D) 2 E) -2

40.

$$\underbrace{\frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \dots + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2}}_{21 \text{ digits}} = ?$$

- A) $\frac{11}{6}$ B) $\frac{19}{6}$ C) $\frac{25}{6}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

49.

$$\left. \begin{array}{l} x, y, z \in R \\ y > 0 \\ x - y > z \end{array} \right\} \Rightarrow \text{which one is correct?}$$

- A) $x > z$ B) $x > y$ C) $z > y$
D) $x > 0$ E) $z > 0$

50.

$$\frac{5\left(2 - \frac{3}{5}\right)}{2\left(3 - \frac{5}{2}\right)} = ?$$

- A) $\frac{5}{2}$ B) 4 C) 3 D) 5 E) 7

کلید سوالات نمونه فصل اول

1	2	3	4	5	6
E	D	B	A	E	B
7	8	9	10	11	12
E	C	B	B	A	A

کلید سوالات تست تسلط

1	2	3	4	5	6
B	A	A	E	C	B
7	8	9	10	11	12
D	B	A	B	C	A
13	14	15	16	17	18
B	D	E	E	E	A
19	20	21	22	23	24
B	B	C	A	D	C
25	26	27	28	29	30
D	B	A	B	A	E

کلید سوالات آخر فصل اول

1	2	3	4	5	6
A	C	E	C	A	A
7	8	9	10	11	12
C	B	E	E	C	C
13	14	15	16	17	18
B	C	B	E	C	B
19	20	21	22	23	24
B	C	C	D	E	A
25	26	27	28	29	30
D	D	B	B	C	C
31	32	33	34	35	36
E	C	E	A	E	E
37	38	39	40	41	42
A	A	E	B	E	A
43	44	45	46	47	48
A	B	E	A	A	E
49	50				
A	E				

نسخه

فصل دوم

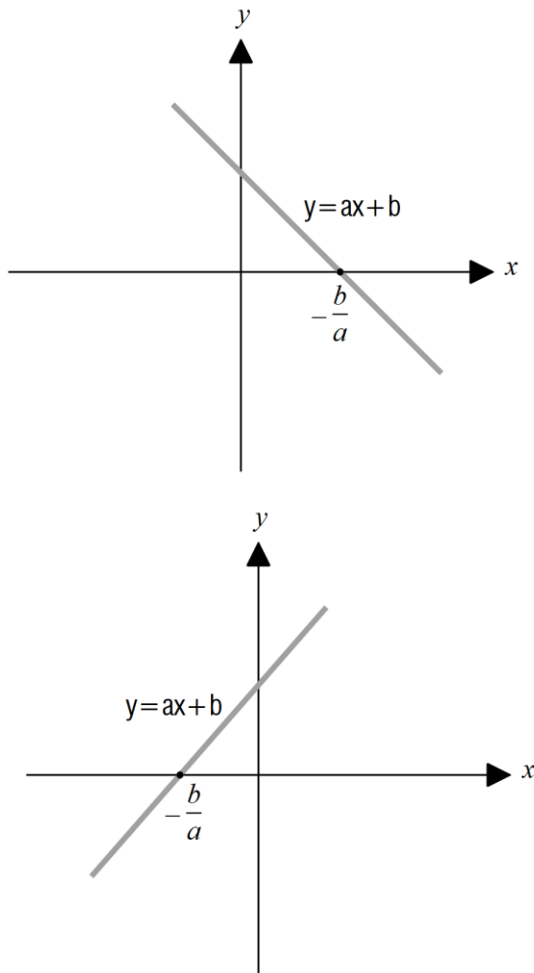
معادله درجه اول

نسخه

2. BÖLÜM

BİRİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER

درستی



معرفی معادله:

عبارت جبری شامل یک یا چند عدد، متغیر و عملگرهایی مثل جمع و تفریق و ضرب و تقسیم است، برای مثال $5x$ ، $3+r$ ، $4-\frac{x}{y}$ ، عبارت های جبری هستند. معادله از یک تساوی که در دو سوی آن عبارت جبری باشد تشکیل می شود و می تواند یک یا چند جواب داشته باشد. برای مثال $3x+1=5z$ ، $2+\frac{x}{y}=1$ ، عبارت های جبری هستند.

مثلا در معادله زیر، ۲ تنها ریشه ی معادله است.

$$x+2=x \times 2 \rightarrow x=2$$

معادلات درجه اول:

به معادله ای که در آن بیشترین توان متغیر یک باشد، معادله ی درجه اول می گویند و به فرم $y = ax + b$ می باشد. معمولا x در معادله مجهول است و به ازای هر y تنها یک x در معادله صدق می کند که آن را جواب معادله می نامیم.

۱-۲- شیب و عرض از مبدا

نمودار معادله ی درجه اول یا معادله خط، خط راست شیب داری است که محور x ها را در یک نقطه قطع می کند.

اگر معادله درجه اول را به صورت نموداری در صفحه ی $x-y$ رسم کنیم، به صورت زیر در می آید:

نکته

جواب معادله درجه اول در سه حالت قابل بررسی است:

✓ $a \neq 0$ باشد: که در این صورت معادله دارای

تنها یک جواب است.

✓ $a = 0$ و $b \neq 0$ باشد: معادله غیرممکن یا

نشدنی است.

$$0 \times x = 4 \Rightarrow 0 = 7$$

✓ $a = 0$ و $b = 0$ باشد: معادله مبهم است و

بی نهایت جواب دارد. ($x \in R$)

نکته

قانون طرفین-وسطین ، همواره در معادلات ممکن

است به کار آید:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = c.b$$

نکته

دو معادله درجه اول در صورتی با هم برابرند که ضرایب

آن ها برابر باشند:

$$a, b, m, n \in R$$

$$ax + b = mx + n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = m \\ b = n \end{cases}$$

اگر خط از چپ به راست، صعودی باشد a مثبت و اگر نزولی باشد، a منفی می باشد. a را شیب نمودار می گوئیم.

در محل برخورد نمودار با محور طول ها، y برابر صفر است. بنابراین:

$$y = 0 \rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

اگر محل برخورد خط با محور x در سمت راست محور y باشد، $-\frac{b}{a}$ مثبت است و اگر محل برخورد در سمت چپ

محور y باشد، $-\frac{b}{a}$ منفی است. این عبارت را عرض از مبدا

نمودار می گوئیم. در این مثال مقادیر شیب و عرض از مبدا را به ترتیب محاسبه می کنیم:

مثال

$$5y = -x + 1 + 6x + 6$$

$$5y = 5x + 7$$

$$\Rightarrow y = x + \frac{7}{5} \rightarrow a = 1$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{5}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = b = \frac{7}{5}$$



3.

$$3x - 32 + 2(3x + 5) = 32$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $-\frac{10}{9}$ B) 9 C) 6 D) $\frac{50}{9}$ E) 5

4.

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{15}x$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $\frac{5}{3}$ B) 0.6 C) 6 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

تذکر:

مجموعه جواب های یک معادله با عبارت S.S. نمایش داده می شود.

تست تسلط

تست الگو:

$$2x + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) 2.5 B) -2.5 C) 0 D) 5 E) -5

پاسخ تشریحی:

$$2x + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -2.5$$

1.

$$9x + 5 = 9x + 5$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

A) $\left\{\frac{9}{5}\right\}$ B) $\left\{\frac{5}{9}\right\}$ C) $\{1\}$ D) $\left\{-\frac{9}{5}\right\}$ E) R

2.

$$-2x(6x - 3) - 8 = 3x(-4x - 1) + 10$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) 2 B) -2 C) 0 D) -1 E) 1

مثال

$$\frac{1}{2}x - \frac{x}{3} + \frac{4}{5} - 2 = \frac{3}{5}x - 1$$

$$\Rightarrow x = ?$$

راه حل

$$\frac{1}{2}x - \frac{x}{3} + \frac{4}{5} - 2 = \frac{3}{5}x - 1 \xrightarrow{\times(30)} 15x - 10x + 24 - 60 = 18x - 30$$

$$\Rightarrow -13x = 6 \Rightarrow x = \frac{-6}{13}$$

مثال

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{x} = \frac{b+x}{x}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

راه حل

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{x} = \frac{b+x}{x} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b+x}{x} - \frac{a}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b-a+x}{x} \Rightarrow ax = b^2 - ab + bx$$

$$\Rightarrow ax - bx = b^2 - ab \Rightarrow x(a-b) = b(b-a)$$

$$\Rightarrow x = b \frac{(b-a)}{(a-b)} = -b$$



۲ - معادلاتی که در مخرج کسرهایشان، متغیر دیده می‌شود: در این قسمت نیازمند این خواهیم بود تا جواب‌های درست و نادرست را از میان تمام جواب‌های بدست آمده تشخیص دهیم. **مقادیری که مخرج را صفر می‌کنند، مورد قبول نیستند.** پس این موضوع را از این بعد در کل مسیر به یاد خواهیم داشت. به این دو مثال دقت شود (منظور از S.S. مجموعه جواب معادله است):

۲-۲- معادله‌های کسری

یادآوری

تعدادی از اتحاد‌های معروف لازم است که ذکر شود. بقیه آنها که تعداد بیشتری را شامل می‌شوند، در این فصل مورد نیاز نیستند و بعداً در مورد آنها صحبت خواهیم کرد.

- A) $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
- B) $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
- C) $x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$

همانطور که می‌دانید، اتحاد‌های A و B به اتحاد‌های مربع دو جمله‌ای و اتحاد C، به مزدوج معروف اند. لازم به تاکید است که این اتحادها هم از طرف چپ تساوی و هم از طرف راست باید آنها را به خاطر سپرد.

این معادلات در دو دسته مشاهده می‌شوند:

۱ - معادلاتی که هیچ کدام از مخرج کسرهایش دارای متغیر نیستند: در این صورت برای ساده تر شدن محاسبات بهتر است کل معادله را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب کنیم تا با اعدادی صحیح سروکار داشته باشیم. در این قسمت نیز مانند فصل اول، مقادیر ک.م.م قابل محاسبه اند و حالات پیچیده تر در فصل‌های بعد، بررسی خواهند شد. (توجه داشته باشید که با ضرب هر عدد مخالف صفر در تمامی جملات معادله، جواب تغییری نمی‌کند.)

تست تسلط

تست الگو:

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{c}$ C) a D) b E) c

پاسخ تشریحی:

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow x \left(\frac{a}{x} + c \right) = \frac{x \cdot a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow a + cx = \frac{a(b+c)}{b} \Rightarrow cx = \frac{a(b+c)}{b} - a$$

$$\Rightarrow cx = \frac{ab + ac - ab}{b} \Rightarrow cx = \frac{ac}{b}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{b}$$

5.

$$\frac{22x+8}{5,5x+2} + \frac{10-4x}{x-3} = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $-\frac{4}{11}$ B) $\frac{11}{4}$ C) $-\frac{11}{4}$ D) $\frac{11}{2}$ E) $-\frac{11}{2}$

6.

$$\frac{2x-5}{15} - \frac{6x+2}{20} = x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) $\frac{2}{35}$ B) 35 C) $\frac{70}{4}$ D) $-\frac{4}{70}$ E) $\frac{35}{2}$

مثال

$$\frac{(2x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)(2x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

راه حل

$$\frac{(2x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)(2x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow (2x+5)(x-3) = (x-3)(x+3)(2x+5)$$

$$\Rightarrow 1 = x+3 \Rightarrow x = -2 \text{ (Denominator } \neq 0)$$

$$\left. \begin{array}{l} (2x+5) = 0 \\ (x-3) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = -\frac{5}{2}, x = 3 \text{ (Denominator } = 0)$$

$$\Rightarrow S.S. = \{-2\}$$

مثال

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)(2x+6)} = 2$$

$$\Rightarrow x = ?$$

راه حل

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)(2x+6)} = 2$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-1) = 2(x+2)(x-1)(2x+6)$$

$$\Rightarrow (x+3) = 2(x+2)(2x+6) = 4(x+2)(x+3)$$

$$\Rightarrow (x+3) = 4(x^2 + 5x + 6) = 4x^2 + 20x + 24$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 19x + 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ (Denominator } = 0) \\ x = -\frac{7}{4} \text{ (Denominator } \neq 0) \end{cases}$$

$$S.S. = \left\{ -\frac{7}{4} \right\}$$



می آوریم که در جمع با معادله دوم، حذف شود و تنها یک مجهول باقی بماند.

مثال

$$\text{Example 2-3-1: } \begin{cases} x - 3y = 5 & (A) \\ 2x + y = 3 & (B) \end{cases}$$

$\Rightarrow x, y = ?$

راه حل

1st Solution:

$$(A) \rightarrow x - 3y = 5$$

$$(B) \xrightarrow{\times(3)} 3 \times 2x + 3 \times y = 3 \times 3 \rightarrow 6x + 3y = 9$$

$$7x = 14 \rightarrow x = 2$$

$$2 - 3y = 5 \rightarrow y = -1$$

◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆

۲ - یکی از متغیرها را از یکی از معادله ها نسبت به متغیر دیگر محاسبه می کنیم و در معادله دوم قرار می دهیم.

مثال

$$\begin{cases} x - 3y = 5 & (A) \\ 2x + y = 3 & (B) \end{cases}$$

$\Rightarrow x, y = ?$

راه حل

2nd Solution:

$$(A) \rightarrow x = 3y + 5$$

$$(B) \xrightarrow{(A)} 2(3y + 5) + y = 3 \rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = -1$$

$$(A) \rightarrow x = 3(-1) + 5 \Rightarrow x = 2$$

◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆

7.

$$\frac{(x-4)(x+2)}{(x+2)} = 1 \Rightarrow \text{S.S.} = ?$$

A) {5, -2} B) \emptyset C) {5, 4} D) R E) {5}

8.

$$1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} = 0 \Rightarrow -\frac{x^2}{3} = ?$$

A) 3 B) -3 C) 9 D) -9 E) 0

۲-۳ - دو معادله دو مجهولی

یک معادله ی یک مجهولی، دو معادله ی دو مجهولی، سه معادله ی سه مجهولی و به همین ترتیب n معادله ی n مجهولی قابل حل است. برای پیدا کردن یک مجهول، یک معادله کافی است.

نکته

در حل سه معادله سه مجهولی، ابتدا با استفاده از دو معادله، یکی از متغیرها را از بین می بریم. با این کار، آن دو معادله به یک معادله واحد تبدیل می شوند. سپس معادله جدید را با معادله سوم، از طریق روش حل دو معادله دو مجهولی حل می نماییم.

برای حل دو معادله دو مجهولی سه دسته روش کلی توضیح داده می شود:

۱ - از روش حذف استفاده می کنیم. به این ترتیب که ضریب یکی از مجهول ها را در یک معادله به گونه ای در

تست تسلط

تست الگو:

$$\begin{cases} x - y = 22 \\ y + z = 10 \\ z - v = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x - 2y - 2z + v = ?$$

A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{r} x - y = 22 \\ \times(-1) \ y + z = 10 \\ \times(-1) \ z - v = 8 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} x - y = 22 \\ -y - z = -10 \\ + \quad -z + v = -8 \\ \hline x - 2y - 2z + v = 4 \end{array}$$

۳- هرگاه در دستگاه معادلات خطی، مجهول مورد نظر در مخرج کسر باشد، می توان از روش تغییر متغیر استفاده کرد و دستگاه را به راحتی حل نمود. در این روش هریک از مجهول ها را به عنوان یک مجهول جدید فرض می کنیم:

مثال

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 2 & (A) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 11 & (B) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x, y = ?$$

راه حل

$$n = \frac{1}{x}, \quad m = \frac{1}{y}$$

$$\rightarrow (A) \Rightarrow 5n + 4m = 2$$

$$\rightarrow (B) \Rightarrow 3n - 2m = 11$$

$$\rightarrow n = \frac{24}{11} \Rightarrow x = \frac{11}{24}$$

$$\rightarrow m = -\frac{49}{22} \Rightarrow y = -\frac{22}{49}$$



9.

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = -17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

A) $\{(\frac{1}{3}, 4)\}$ B) $\{(-3, -4)\}$ C) $\{(\frac{-1}{3}, \frac{1}{4})\}$

D) $\{(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})\}$ E) $\{(3, 4)\}$

10.

$$\begin{cases} \frac{2}{3a+3} + \frac{4}{b+1} = 2 \\ \frac{3}{a+1} - \frac{5}{b+1} = \frac{19}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = ?$$

A) -47 B) -45 C) -36 D) 47 E) 45

تست تسلط

تست الگو:

$$\begin{cases} 2x - 4y = 5 \\ mx + 2y = 10 \end{cases}, \quad n(S.S.) = 0$$

$\Rightarrow m = ?$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ kx + py = r \end{cases}$$

$$\frac{a}{k} = \frac{b}{p} \neq \frac{c}{r} \Rightarrow S.S. = \emptyset$$

$$\frac{a}{k} = \frac{b}{p} = \frac{c}{r} \Rightarrow S.S. = R$$

$$\frac{2}{m} = -\frac{4}{2} \Rightarrow m = -1$$

13.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ -6x + ay = 10 \end{cases}, \quad n(S.S.) = \infty$$

$\Rightarrow a = ?$

- A) 6 B) 16 C) -8 D) 8 E) -16

14.

$$\begin{cases} 2ax + 5y = 689 \\ 5ay + 18x = 175 \end{cases}, \quad S.S. = \emptyset$$

$\Rightarrow a = ?$

- A) ± 1 B) ± 3 C) ± 4 D) 0 E) ± 2

11.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = ?$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12.

$$\begin{cases} 3a - b + 5c = 7 \\ 5a + 6c = 8 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2a + b + c = ?$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

۴-۲- بحث در مورد جواب های دستگاه دو

معادله دو مجهولی

با در نظر گرفتن اینکه فرم کلی دو معادله دو مجهولی به

صورت $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ باشد، سه حالت زیر را بررسی می

کنیم:

(۱) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$: بی شمار جواب داریم. در حقیقت

دو معادله یکی هستند و یک معادله ی دو مجهولی داریم.

در این صورت دو خط روی یکدیگر منطبق اند.

(۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$: جواب نداریم. چون ضرایب مجهولات

دو معادله یکی است اما حاصل جمع شان یکی نیست و این

منطقی نیست. در این حالت دو خط موازی اند.

(۳) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$: یک جواب داریم. یعنی دو خط فقط در

یک نقطه متقاطع هستند.

را از محاسبات خارج کرد. در اینجا z یک جواب مشخص دارد (-1) و x و y به هم وابسته اند. اگر برای مثال x را 8 در نظر بگیریم برای y جواب 7- به دست می آید و اگر x را "صفر" در نظر بگیریم برای y جواب 1 به دست می آید. پس برای x و y بی شمار جفت جواب وجود دارد.

مثال

$$\begin{cases} x \cdot y = 0 & (A) \\ x + z = 2 & (B) \\ y + z = 3 & (C) \end{cases} \Rightarrow z = ?$$

راه حل

$$\begin{aligned} B &\rightarrow x = 2 - z \\ C &\rightarrow y = 3 - z \\ A &\rightarrow (2 - z)(3 - z) = 0 \Rightarrow z = \{2, 3\} \end{aligned}$$

در این مثال، راه حل واضح تری نیز وجود داشت: با در نظر گرفتن ترم (A)، می دانستیم یکی از متغیرها صفر است. با جایگذاری صفر به جای x و y به ترتیب در معادلات (B) و (C)، همان نتیجه برای z بدست می آمد.



15.

$$\begin{cases} (2m-2)x + 5y = 15 \\ 8x - 4y = 2n-1 \end{cases}, \quad S.S. = R \Rightarrow (n, m) = ?$$

A) $\left(-\frac{11}{2}, \frac{2}{11}\right)$ B) $\left(\frac{-1}{4}, \frac{-2}{11}\right)$ C) $\left(-\frac{11}{2}, -4\right)$
D) $\left(4, \frac{11}{2}\right)$ E) $(4, -4)$

16.

$$\begin{cases} 2y - 5ax = 6 \\ 9y + a^2x = 13 \end{cases}, \quad n(S.S.) = 1 \Rightarrow a = ?$$

A) $R - \{-22.5\}$ B) R C) \emptyset D) $\left\{-\frac{45}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{45}{4}\right\}$

۵-۲- عدم همخوانی تعداد مجهولات با تعداد

معادلات

اگر تعداد مجهولات ما بیشتر از تعداد معادلات مستقل از هم باشد، بی نهایت جواب برای مجهولات وجود دارد. مثلاً در معادله $x + y = 1$ می توان بی نهایت جفت جواب برای x و y پیدا کرد که حاصل جمعشان برابر ۱ باشد.

با یک مثال شفاهی این قضیه را بیشتر توضیح می دهیم:

حالتی مانند دو معادله ی

$$x + y - z = 2, \quad -3x - 3y + 2z = 1$$

، دارای سه مجهول مستقل نیست و می توان با ضرب عدد 3- در معادله دوم و جمع معادلات، مجهولات x و y

تست تسلط

19.

$$\begin{cases} \frac{z-y}{y} = 3 \\ \frac{x+y}{y} = 4 \\ x+y+z = 64 \end{cases}$$

$\Rightarrow z-x = ?$

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 4 E) 5

20.

$$\begin{cases} 10x - 5y + 15z = 17 \\ 30z + 20x + 10y = 14 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = ?$

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

تست الگو:

$$4xy + 3y = 2x + 1$$

$\Rightarrow x = ?$

- A) $\frac{3y+1}{2y+1}$ B) $\frac{3y+1}{4y+2}$ C) $\frac{3y-1}{1-2y}$
 D) $\frac{3y+1}{2-4y}$ E) $\frac{3y-1}{2-4y}$

پاسخ تشریحی:

$$4xy + 3y = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 4xy - 2x = -3y + 1 \Rightarrow x(4y - 2) = -3y + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3y + 1}{4y - 2} = \frac{3y - 1}{2 - 4y}$$

17.

$$6xy + 5y + 3x = 2$$

$\Rightarrow x = ?$

- A) $\frac{-3-5y}{6x+2}$ B) $\frac{6y-2}{3+5y}$ C) $\frac{3+6y}{-2-5y}$
 D) $\frac{5+3x}{6y-2}$ E) $\frac{2-5y}{3+6y}$

18.

$$\left. \begin{aligned} a \neq b, a \neq -b \\ a^2(1-x) + b^2 = b(2a-bx) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = ?$$

- A) $a^2 - b^2$ B) $a - b$ C) $a + b$
 D) $\frac{a-b}{a+b}$ E) $(a-b)^2$

راه حل

$$\left. \begin{aligned} (x-4)^6 = 0 &\Rightarrow x=4 \\ (x^3 - 27)^2 = 0 &\Rightarrow x=3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{S.S.} = \{3, 4\}$$

توضیح برای تیپ ۲:

هرگاه حاصل جمع چند عبارت مثبت، صفر شود آنگاه همه آنها باید صفر باشند تا درستی کل عبارت برقرار باشد. در مثال اول می دانیم که حاصل $5x^4$ و $6x^2$ همواره مقداری مثبت است و عدد ۵ نیز بزرگتر از صفر است. پس حاصل جمع این سه ترم هیچگاه برابر صفر نمی شود. در مثال دوم، مجدداً شاهد این امر هستیم که حاصل جمع دو عبارت همواره مثبت برابر صفر است. پس هر یک از آن دو باید صفر باشد که با جایگذاری، مجموعه جواب برای متغیر X مشخص می شود.

نکته

اعداد حقیقی با توان زوج همواره اعدادی مثبت هستند.



تیپ سه :

$$\left. \begin{aligned} \text{(A)} \quad x \cdot y = 4 \\ \text{(B)} \quad x + y = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x, y = ?$$

راه حل

$$\begin{aligned} \text{(A)} \rightarrow x &= \frac{4}{y} \xrightarrow{\text{(B)}} \frac{4}{y} + y = 4 \xrightarrow{\times(y)} 4 + y^2 = 4y \\ \Rightarrow (y-2)^2 &= 0 \Rightarrow y = 2 \end{aligned}$$



تیپ خاص سوالات

تیپ یک :

$$\left. \begin{aligned} 2(x+5) + 4x = 6x + k \\ n(\text{S.S.}) = \infty \end{aligned} \right\} \rightarrow k = ?$$

راه حل

$$\begin{aligned} 2x + 10 + 4x = 6x + k &\Rightarrow 6x + 10 = 6x + k \\ \Rightarrow k &= 10 \end{aligned}$$

توضیح برای تیپ ۱:

در واقع می خواهیم جواب های یک معادله یک مجهولی را بررسی نماییم.

اگر یک معادله یک مجهولی به صورت روبه رو داشته باشیم:

$$ax + b = cx + d$$

۱- در صورتی که $a = c$ و $b = d$ باشد معادله بی شمار جواب دارد.

۲- در صورتی که $a = c$ و $b \neq d$ معادله جواب ندارد.

۳- اگر $a \neq c$ معادله یک جواب دارد.



تیپ دو - یک:

$$5x^4 + 6x^2 + 5 = 0 \Rightarrow \text{S.S.} = ?$$

راه حل

$$\text{S.S.} = \emptyset$$

تیپ دو - دو:

$$(x-4)^6 + (x^3 - 27)^2 = 0 \Rightarrow \text{S.S.} = ?$$

سوالات فصل دوم (معادله درجه اول و دستگاه های خطی)

سوالات نمونه فصل

1.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= 15 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 17 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{c} &= 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = ?$$

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2013

2.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} &= 1 \\ x - 3y &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = ?$$

A) -6 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2013

3.

$$\frac{2-5x}{3} = 4-2x$$

$$\Rightarrow x = ?$$

A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 14

T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ - 2014

4.

$$\left. \begin{aligned} 3x-7y &= 7 \\ 2y-x &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x+y = ?$$

A) 10 B) 11 C) 13 D) 17 E) 19

T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ – 2015

5.

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{3-2y} = 0 \Rightarrow x-2y = ?$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19 MAYIS ÜNİVERSİTESİ – 2017

6.

$$\left. \begin{aligned} a-b &= 1 \\ a+c &= 7 \\ b-c &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3a+c = ?$$

A) 8 B) 11 C) 15 D) 17 E) 20

YÖGS - 2011

7.

$$x \in \mathbb{Z}^+$$

$$\frac{2}{15} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \Rightarrow x = ?$$

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) 5 E) $\frac{1}{7}$

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ – 2017

8.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{5} \\ xy = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \prod_i y_i = ?$$

y'nin alabileceği değerlerin çarpımı nedir?
According to the equation system above,
what is the multiplication of the values of y?

A) 4 B) 2 C) -2 D) -1 E) 1

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ - 2013

9.

$$1 + \frac{24}{2 + \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}}} = 5 \Rightarrow x = ?$$

A) -2 B) 1 C) 0 D) -1 E) 2

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ - 2017

10.

$$\left. \begin{array}{l} x \neq -2 \\ x \neq -\frac{2}{3} \end{array} \right\} , 3 - \frac{2}{2 + \frac{4x}{x+2}} = 1$$

 $\Rightarrow x = ?$ A) 2 B) -1 C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) 0

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ - 2017

11.

$$\frac{x+4y}{y-x} = 5 \Rightarrow \frac{x}{y} = ?$$

A) $\frac{1}{6}$ B) 6 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $-\frac{1}{4}$

KARABÜK ÜNİVERSİTESİ - 2017

12.

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 2z = 2 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = ?$$

A) -2 B) 2 C) 0 D) 1 E) -1

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ - 2013

پاسخ تشریحی سوال‌ات نمونه فصل

1.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= 15 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 17 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{c} &= 12 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\frac{1}{a}=x, \frac{1}{b}=y, \frac{1}{c}=z} \begin{cases} x+y=15 \\ y+z=17 \\ x+z=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+z=17 \\ x+z=12 \end{cases} \Rightarrow y-x=5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=15 \\ y-x=5 \end{cases} \Rightarrow y=10$$

$$y+z=17 \Rightarrow z=7 \Rightarrow c=\frac{1}{7}$$

« گزینه C

2.

$$x-3y=0 \Rightarrow x=3y$$

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1 \Rightarrow \frac{3}{3y} - \frac{2}{y} = 1 \Rightarrow x = -3$$

« گزینه B

3.

$$\frac{2-5x}{3} = 4-2x$$

$$\Rightarrow 2-5x=12-6x \Rightarrow x=10$$

« گزینه C

4.

$$\left. \begin{aligned} 3x-7y &= 7 \\ 2y-x &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3x-7y &= 7 \\ 6y-3x &= -12 \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow -y = -5 \Rightarrow y = 5 \\ \Rightarrow x = 14$$

« گزینه E

5.

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{3-2y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x-5} = \frac{-1}{3-2y} \\ \Rightarrow x-5 = -3+2y \Rightarrow x-2y=2$$

« گزینه B

6.

$$\left. \begin{aligned} a-b &= 1 \quad (I) \\ a+c &= 7 \quad (II) \\ b-c &= 2 \quad (III) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(I)+(II)+(III)} 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow c = 3$$

« گزینه D

$$3a+c=17$$

7.

$$x \in \mathbb{Z}^+ \\ \frac{2}{15} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{2}{x(x+2)} \Rightarrow x = 3$$

« گزینه C

8.

D گزینه <<

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x+5y = 3x-3y \Rightarrow 2x = -8y$$

$$\Rightarrow x = -4y$$

$$xy = -4 \Rightarrow -4y^2 = -4 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

$$\Rightarrow \prod y = -1$$

9.

D گزینه <<

$$1 + \frac{24}{2 + \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}}} = 5 \Rightarrow \frac{24}{2 + \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{12}{5 + \frac{6}{x-2}} = 4 \Rightarrow \frac{6}{x-2} = -2 \Rightarrow x = -1$$

10.

C گزینه <<

$$3 - \frac{2}{2 + \frac{4x}{x+2}} = 1 \Rightarrow 2 + \frac{4x}{x+2} = 1 \Rightarrow \frac{4x}{x+2} = -1$$

$$\Rightarrow 4x = -x - 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{5}$$

11.

A گزینه <<

$$\frac{x+4y}{y-x} = 5 \Rightarrow x+4y = 5y-5x$$

12.

E گزینه <<

$$\left. \begin{array}{l} x-y+z=2 \\ x+y-z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$$

$$\left. \begin{array}{l} x-y+2z=2 \\ x-y+z=2 \end{array} \right\} \Rightarrow z=0$$

$$x-y+z=2 \Rightarrow x=1$$

سوالات آخر فصل دوم

1.

$$5(2-x) - 3(x-1) = 5 + 8(1-x)$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

- A) {0} B) {2} C) R D) \emptyset E) {1,2}

2.

$$\frac{x^2-3}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 0$$

$$\Rightarrow S.S. = ?$$

- A) {-2} B) {2} C) {-2,2} D) \emptyset
E) R

3.

$$\left. \begin{array}{l} a+b+2c=15 \\ 2a+b=9 \\ b+c=6 \end{array} \right\} \Rightarrow a.b.c = ?$$

- A) -8 B) -6 C) 6 D) 12 E) 20

4.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x+3y}{x+2} = \frac{9}{4} \\ \frac{3x-2y}{x+y} = \frac{7}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow y = ?$$

- A) 1 B) 4 C) 3 D) 14 E) 2

5.

$$\frac{12}{2 + \frac{5}{1 + \frac{3}{a}}} = 3$$

$$\Rightarrow a = ?$$

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{z} = \frac{4}{3} \\ \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{43}{48}$ D) $\frac{23}{24}$ E) $\frac{15}{16}$

7.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = 21 \\ 4ax - 2by = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = ?$$

$(x, y) = (2, 3)$

- A) 5 B) 7 C) 4 D) 6 E) 8

8.

$$\frac{1}{1 - \frac{x}{3x+1}} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

9.

$$\frac{x}{7x-4} = 0,15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 4 B) 5 C) $\sqrt{6}$ D) 7 E) 8

10.

$$\frac{12}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{24}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

11.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b.c}{a} = 3 \\ \frac{c.a}{b} = 2 \\ \frac{a.b}{c} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = ?$$

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

12.

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 10 = 0 \\ 2x - 3y = 6 \\ mx - 2y - 14 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow m = ?$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

13.

$$3(2x+1) - 6(x-1) + 3(x+1) = -15$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -9 B) -6 C) -2 D) 2 E) 3

14.

$$2 + \frac{2}{\frac{2}{x} - 2} = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15.

$$\frac{11}{9} - \frac{8}{7 - \frac{6}{5 - \frac{5x+2}{4}}} = -\frac{7}{9}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

16.

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{x-y} - \frac{3}{x+y} &= \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - y^2 = ?$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 3 E) 4

17.

$$\left. \begin{aligned} 3x - 5y &= 81 \\ ax + 6y &= 100 \\ \text{S.S.} &= \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = ?$$

- A) -3 B) $-\frac{16}{5}$ C) $-\frac{17}{5}$ D) $-\frac{18}{5}$ E) -4

18.

$$\left. \begin{aligned} (m-1)x + 4y - 6 &= 0 \\ 2x + (m+1)y + 3 &= 0 \\ n(\text{S.S.}) &= R \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = ?$$

- A) 3 B) -2 C) 0 D) 2 E) -3

19.

$$\left. \begin{aligned} a, b, c &\in \mathbb{Z}^+ \\ a^2b &= 8 \\ b^2c &= 4 \\ ac^2 &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b + c = ?$$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20.

$$\left. \begin{aligned} (m+3)x + 2y - 1 &= 0 \\ (2m-1)x - y + 2 &= 0 \\ \text{S.S.} &= \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = ?$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{6}$

21.

$$\left. \begin{aligned} x(y+z) &= 19 \\ y(x+z) &= 21 \\ z(x+y) &= 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow xy + xz + yz = ?$$

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

22.

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 18 \\ x + z &= 10 \\ y + z &= 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x+y+z}{x+z} = ?$$

- A) 2 B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{20}{3}$

23.

$$\left. \begin{aligned} 5a + 4b &= 13 \\ 4a + 5b &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 - b^2 = ?$$

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 17

24.

$$\left. \begin{aligned} 2a + 3b + c &= 4 \\ 4a + b + 3c &= 44 \\ 3a + 2b - 2c &= 50 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = ?$$

- A) 18 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

25.

$$\left. \begin{aligned} a &= -1,19 \\ b &= -2,39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{a^2 - b^2}{ab}} = ?$$

- A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{5}{6}$

26.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x-2} + \frac{2}{ax} &= 5 \\ a &= \frac{1}{x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 2

27.

$$\frac{\frac{1}{x} + 4 + 4x}{\frac{1}{2x} + 1} = 4$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) 1 E) $\frac{1}{4}$

28.

$$\left(4x - 4 + \frac{1}{x}\right) : \left(1 - \frac{1}{2x}\right) = 6$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

29.

$$x - \frac{1}{\frac{1}{2x}} = 1$$

$$3 + \frac{2x}{x(x+1)} = 1$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

30.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} &= 5 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} &= 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) $\left(2, \frac{1}{6}\right)$ B) $\left(\frac{1}{6}, 2\right)$ C) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$
 D) $\left(1, \frac{1}{6}\right)$ E) $\left(\frac{1}{6}, 1\right)$

31.

$$\frac{x-7}{3} - \frac{x+14}{6} = -4$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) -4 E) -5

32.

$$\frac{3}{x-2} + 3 = \frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

33.

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 2$$

$$\text{if } x = 3 \Rightarrow a = ?$$

- A) 2 B) 1 C) 0
D) -1 E) -2

34.

$$\frac{x-1}{1-x} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) \emptyset B) R C) $R \setminus \{1\}$
D) $R - \{-1\}$ E) $\{-1\}$

35.

$$6 - \frac{4}{1 + \frac{3}{x-3}} = 5$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) -2

36.

$$\frac{x + \frac{1}{a}}{b} - \frac{x + \frac{1}{b}}{a} = \frac{1 - \frac{b}{a}}{b}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1 B) a C) $-a$ D) b E) ab

37.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{u} + \frac{3}{y} &= 2 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{4} \\ \frac{2}{u} + \frac{2}{z} &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow z = ?$$

- A) $\frac{9}{4}$ B) 2 C) $\frac{24}{13}$ D) $\frac{5}{8}$ E) 1

38.

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ 3y - z = 6 \\ x + 3z = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

39.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} - \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 12 B) 66 C) 70 D) 72 E) 84

40.

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{y+1} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y + 5x + 3 = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

41.

$$\begin{cases} mx - ny = 3 \\ nx - my = 5 \\ m - n = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

42.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 5 \\ 3x + z = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{y} = ?$$

- A) $\frac{6}{5}$ B) 1 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

43.

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+2}{2} = x + \frac{x-1}{3}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{6}{13}$ C) $-\frac{6}{13}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

44.

$$\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2-x}{2} = x + \frac{x}{4} - \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 4 B) $R - \{2\}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) R

45.

$$(3x-2)^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\{-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$
D) $\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\}$ E) \emptyset

46.

$$(2x+1)(x-3) = (3x+2)(x-3)$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\{3, -1\}$ B) $\{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$ C) $\{-\frac{1}{2}, 3\}$
D) R E) $\{\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\}$

47.

$$\frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\{-2, 2\}$ B) \emptyset C) 2 D) $R - \{2\}$ E) -2

48.

$$\frac{6}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -1 B) \emptyset C) $\{-1, 1\}$ D) 1 E) 0

49.

$$\frac{12}{1 + \frac{6}{2 + \frac{2x-1}{3}}} = 4$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

50.

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{x+2}{x-1}} = 5$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) -2

51.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{3x+1}{x+2} = \frac{2}{x-2} + 3$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

52.

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{c}$ C) a D) b E) c

53.

if $y = 2x + m$, $y = (m+n)x + 3$
 $(x, y) = (1, 4) \Rightarrow n = ?$

- A) 0 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

54.

if $3x + 2y = -4$, $4x - 3y = -11$
 $\Rightarrow (x, y) = ?$

- A) (1, 2) B) (2, -1) C) (-2, 1)
 D) (2, 1) E) (-1, -2)

55.

$$\text{if } \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 3, \frac{3x}{4} - \frac{y}{4} = 4$$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (2,3) B) (6,2) C) (1,6)
D) (3,6) E) (2,5)

56.

$$(3x - y - 4)^2 + (2x + 3y - 10)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + y = ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

57.

$$\text{if } \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 1, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (1,2) B) (2,-1) C) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$
D) (-1,2) E) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

58.

$$\text{if } \frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{2}, \frac{2x-3}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = ?$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

59.

$$\text{if } \frac{x-y}{2} - x = 20, \frac{y-x}{3} + y = 10$$

$$\Rightarrow x - y = ?$$

- A) -34 B) -36 C) 34 D) 36 E) 0

60.

$$\text{if } 6x + y = 162, \frac{x}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (15,32) B) (3,18) C) (45,9)
D) (18,54) E) (12,24)

61.

$$\text{if } 7x + 6y + 5z = 25, 4x + 3y + 2z = 4$$

$$\Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

62.

$$\text{if } x + y + z = 20, 3x - 2y - 2z + 10$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 5 B) 7,5 C) 10 D) 12,5 E) 15

63.

$$\text{if } 2a + b - c = 5, a - 2b + 2c = 4 \\ \Rightarrow 5a - 5b + 5c = ?$$

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

64.

$$\begin{cases} 3x + y + z = 30 \\ x + 3y + z = 34 \\ x + y + 3z = 36 \end{cases} \\ \Rightarrow x + y + z = ?$$

- A) 20 B) 25 C) 30
D) 35 E) 40

65.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 6 \\ 2x + y + z = 5 \\ x + y + 3z = 7 \end{cases} \\ \Rightarrow z = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

66.

$$\frac{3(a-1)}{2} + \frac{9a+4}{6} = 3a-7 \\ \Rightarrow a = ?$$

- A) \emptyset B) 3 C) 2 D) 6 E) R

67.

$$\frac{5n-1}{2} - \frac{3n+4}{3} = \frac{3(3n-4)+1}{6} \\ \Rightarrow n = ?$$

- A) \emptyset B) -5 C) -1 D) 4 E) R

68.

$$(a-1)x + b + 4 = 4x + 6 \\ \Rightarrow (a, b) = ?$$

- A) (1, -4) B) (1, 6) C) (4, 6)
D) (5, 2) E) (5, 6)

69.

$$\text{if } \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{2}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow (x, y) = ?$$

- A) (6, 2) B) (6, 3) C) (6, 4)
D) (2, 3) E) (3, 2)

70.

$$\begin{cases} (2m-1)x - y + n = 0 \\ (m+2)x + 3y - 6 = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow m \times n = ?$$

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{9}$

71.

$$\begin{cases} x, y \in R \\ -6x + 3y + 5 = 0 \\ (a-1)x - 4y - 5 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow a = ?$

- A)5 B)6 C)7 D)8 E)9

72.

$$\begin{cases} 3x + 5y + 4z = 17 \\ 6x + 4y + 5z = 19 \end{cases}$$

$\Rightarrow x + y + z = ?$

- A)4 B)5 C)6 D)7 E)8

73.

$$\begin{cases} 3x - y - 3z = 7 \\ x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow x + y - z = ?$

- A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

74.

$$\begin{cases} a - b = 7 \\ c - b = 4 \\ c + d = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a + d = ?$

- A)-2 B)-1 C)1 D)2 E)4

75.

$$\begin{cases} 4x + 2y + 8z = 8 \\ 6x - 3y + 12z = 36 \end{cases} \Rightarrow x + 2z = ?$$

- A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

76.

if $x \leq 4$, $x - 2y + 6 = 0$

$\Rightarrow \max(y) = ?$

- A)3 B)4 C)5 D)6 E)7

77.

$$\frac{a}{0.02} = b , 2 < a < 3$$

$\Rightarrow \max(\text{range}(b)) = ?$

- A) $50 < b < 100$ B) $50 < b < 250$ C) $100 < b < 125$
D) $100 < b < 150$ E) $100 < b < 200$

78.

$$3mx - 4 = (m + 4)x + n + 1$$

if $x = R \Rightarrow m \times n = ?$

- A)-6 B)-10 C)-12 D)8 E)10

79.

$$4 + 3(1 - x) = x - 4(2 + x)$$

$\Rightarrow x = ?$

- A)R B){-2} C){0}
D){1} E) \emptyset

کلید سوالات نمونه فصل دوم

1	2	3	4	5	6
C	B	C	E	B	D
7	8	9	10	11	12
C	D	D	C	A	E

کلید سوالات تست تسلط

1	2	3	4	5	6
E	A	C	B	A	A
7	8	9	10	11	12
E	B	C	A	E	D
13	14	15	16	17	18
D	B	C	A	E	D
19	20				
B	C				

کلید سوالات آخر فصل دوم

1	2	3	4	5	6
C	A	E	E	A	C
7	8	9	10	11	12
E	B	D	A	E	B
13	14	15	16	17	18
A	E	B	C	D	E
19	20	21	22	23	24
C	D	C	A	D	A
25	26	27	28	29	30
E	D	A	E	D	E
31	32	33	34	35	36
B	B	B	C	C	A
37	38	39	40	41	42
C	E	A	B	B	A
43	44	45	46	47	48
C	E	D	A	E	B
49	50	51	52	53	54
B	A	E	A	B	C
55	56	57	58	59	60
B	D	C	B	B	D
61	62	63	64	65	66
D	C	E	A	E	A
67	68	69	70	71	72
E	D	E	C	E	A
73	74	75	76	77	78
C	C	D	C	D	B
79					
E					

ویژگی‌های این مجموعه:

- ✕ ارائه‌ی درسنامه‌ی جامع
- ✕ بیش از ۵۰۰ سوال با ارائه‌ی پاسخ‌های تشریحی
- ✕ بیش از ۱۰۰۰ سوال چندگزینه‌ای شبیه‌ساز آزمون‌های یوس
- ✕ تیپ‌بندی سوالات
- ✕ ارائه‌ی تست‌های تسلط جهت طبقه‌بندی مباحث دروس

یوس‌کوئیز، برجسته‌ترین پلتفرم آنلاین آموزش یوس در ایران

